



Modèles d'écoulement à surface libre pour la simulation à long terme de la migration des systèmes méandriformes

Benjamin Grappe

► To cite this version:

Benjamin Grappe. Modèles d'écoulement à surface libre pour la simulation à long terme de la migration des systèmes méandriformes. Sciences de la Terre. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2014. Français. NNT : 2014ENMP0008 . pastel-01038004

HAL Id: pastel-01038004

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-01038004>

Submitted on 23 Jul 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 398
Géosciences, Ressources Naturelles et Environnement

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École nationale supérieure des mines de Paris
Spécialité Dynamique et ressources des bassins sédimentaires

présentée et soutenue publiquement par

Benjamin GRAPPE

le 7 mars 2014

**Modèles d'écoulement à surface libre pour la simulation à long terme
de la migration des systèmes méandriformes**

Directeur de thèse : **Isabelle Cojan** (MINES ParisTech)
Co-encadrement de la thèse : **Nicolas Flipo** (MINES ParisTech)

Jury

M. Jean-Marie MOUCHEL, Prof., HDR, Sisyphe, UPMC, Paris 6, France
M. Rick DONSELAAR, As. Prof., Geoscience and Engineering, Delft Univ. of Tech., Netherlands
M. Peter HUGGENBERGER, Prof., Univ. Basel, Switzerland
Mme Isabelle COJAN, Doct., HDR, Géosciences, MINES ParisTech, Fontainebleau, France
M. Nicolas FLIPO, Doct., HDR, SHR, MINES ParisTech, Fontainebleau, France
M. Simon LOPEZ, PhD, Géothermie, BRGM, Orléans, France

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examinatrice
Examinateur
Examinateur

MINES ParisTech
Centre de Géosciences
35 rue Saint-Honoré, 77300 Fontainebleau, France

**T
H
È
S
E**

Abstract

Over a long time, Meandering systems build sedimentary architectures composed of porous bodies scattered inside a volume of low-permeability sediments. These porous bodies may contain natural resources. In order to optimize their mining, it is essential to estimate the distribution and connectivity of such bodies. To this end, Mines ParisTech develops Flumy, a process-based model simulating the formation of the sedimentary architectures associated with meandering systems. The aim of this thesis is to improve the simulation of the migration in Flumy by taking into consideration the influence of the local slope in the flow calculation.

For this purpose, three distinct models were considered in conjunction, and compared. The first one (constant slope model), which constitutes the basis of the current Flumy version, was originally developed by [Ikeda 81] and modified by [Johannesson 89a], [Johannesson 89b]. The second model (variable slope model), developed by [Lopez 03], assigns to the free surface the slope of the surrounding topography. Finally, the last model (Saint-Venant model) has been derived from the variable slope model. Initially calculated under a known free surface, the mean flow in each cross-section is now obtained by resolving the mono dimensional Saint-Venant equations over a known river bed. Each of those three models has been applied to the simulation of free meanders. Moreover, the constant-slope and variable slope models have been used to reproduce the confined meanders of two Canadian streams : the Beaver River and the Red Deer River.

The results point to a more realistic meanders development using the variable slope model than with constant slope model. This improvement can particularly be observed in individual meanders, whose rate of extension decreases with the age. It is also noticeable in the overall river behavior, which self-confines in a meander belt rather than wandering on the whole plain. The specific morphology of the confined meanders is also better reproduced using the variable slope model than the constant slope model. Lastly, though to a lesser extent, the Saint-Venant model shows the same advantages than the variable slope model. In addition, it allows the construction of a physically meaningful free surface over a wide range of beds and, in doing so, resolves a limit of the variable slope model.

Résumé

Les systèmes méandriformes construisent, à long terme, des architectures sédimentaires composées de corps poreux disséminés dans un volume de sédiments peu perméables. Ces corps poreux sont susceptibles de contenir des ressources naturelles. Afin d'optimiser leur exploitation, il importe d'estimer la répartition et la connectivité de ces corps. À cet effet, Mines-Paristech développe Flumy, un logiciel de modélisation par processus des architectures sédimentaires formées par les systèmes méandriformes. L'objectif de cette thèse est d'améliorer la simulation, dans Flumy, de la migration (processus par lequel se développent les méandres) en introduisant l'influence de la pente locale dans le calcul de l'écoulement.

Pour cela, trois différents modèles ont été reliés entre eux et comparés. Le premier (modèle à pente constante) est celui actuellement en place dans Flumy, construit par [Ikeda 81], [Johannesson 89a], [Johannesson 89b], et dans lequel la pente de la surface du cours d'eau est constante. Le deuxième (modèle à pente variable) fut proposé par [Lopez 03]. Il attribue à la surface libre la pente locale de la topographie. Enfin, un dernier modèle (modèle Saint Venant) a été élaboré en modifiant le précédent. L'écoulement moyen, initialement calculé sous une surface libre connue, est désormais obtenu par résolution des équations de Saint Venant sur un fond connu. Ces trois modèles ont été appliqués à la migration à long terme de méandres libres. Les modèles à pente constante et à pente variable ont également été utilisés pour reproduire les méandres confinés de deux rivières canadiennes, la Beaver et la Red Deer.

Les résultats montrent un développement plus réaliste des méandres simulés avec le modèle à pente variable que de ceux simulés avec le modèle à pente constante. Cette amélioration est observable dans les méandres isolés (ralentissement de la vitesse d'extension avec l'âge du méandre) et dans les trains de méandres (confinement spontané en ceintures de méandres). Le modèle à pente variable permet également une meilleure reproduction de la morphologie des méandres confinés. L'utilisation du modèle Saint Venant apporte les mêmes améliorations dans la simulation des méandres libres, quoique moins prononcées. Le modèle Saint Venant permet surtout de construire une surface libre physique sur une grande variété de fonds, résolvant ainsi une limite identifiée dans le modèle à pente variable.

Avant-propos

Avant tout, je tiens à remercier Simon Lopez qui, après m'avoir encadré lors de mon passage au BRGM, m'a incité à commencer cette thèse. Ses conseils furent précieux. Je remercie aussi Isabelle Cojan, qui a dirigé mes travaux, ainsi que les membres de mon jury.

J'ai grandement apprécié travailler avec Nicolas Flippe et Lauriane Vilmin, de l'équipe hydrologie. Merci à eux pour cette collaboration intéressante, pour leur aide, et pour leur patience.

Je remercie mes collègues successifs qui, pour beaucoup, sont devenus des amis. Il y avait le groupe des *premiers*, qui m'ont accueilli, Anne, Anne-Edwige, Caroline, Estelle, Nelly, Julien et Rose. Il y eu les *contemporains*, Seb et Kouakou. Il y a maintenant les *nouveaux*, ceux que j'ai vu arriver, Thomas, Maxime, Fred et Pierre.

Plus personnellement, mes remerciements vont d'abord à ma famille. À mes parents, Pierre et Sylvie, et à ma sœur Fanny, qui m'ont toujours soutenu tout au long de mes études.

Ensuite à mes amis. Il y a les *Lyonnaises*, Anaïs, Lena, Marie, Margaux & Lisalou, qui m'ont toujours accueilli lorsqu'il me fallait changer d'air. Et il y a *Malakableau*, groupe joyeux, cosmopolite et agrégeant, Lydia, Andres, Élise, Enguerrand, Mélanie, Bassam, Emmanuel, Mauro et beaucoup d'autres.

Je remercie aussi Elisabeth Daime, et la famille Chastel, pour m'avoir offert un cadre de vie idéal en région de Fontainebleau. Merci aussi à Laurent, et à Didier.

Enfin, je remercie particulièrement Benoit et Eloïse, qui m'ont aidé dans un moment des plus difficiles.

Table des matières

Nomenclature	1
Introduction	5
1 Flumy, un modèle par processus	9
1.1 Introduction	9
1.2 Processus reproduits	9
1.2.1 Accrétion latérale	10
1.2.2 Accrétion verticale	12
1.2.3 Accidents sur le tracé	15
1.3 Intégration des données de terrain	17
1.3.1 Conditionnent ponctuel	17
1.3.2 Conditionnent surfacique	19
1.4 Paramétrage du modèle	19
1.5 Perspectives	22
2 Modélisation de la migration des méandres	23
2.1 Rappels de mécanique des fluides	24
2.1.1 Description locale d'un écoulement	24
2.1.2 Description des écoulements à surface libre	25
2.2 Adaptation de l'hydraulique	26
2.2.1 Hydraulique en coordonnées curvilignes	28
2.2.2 Déroulement d'une itération	30
2.2.3 Variations dans le calcul de l'écoulement	31
2.3 Complexité des écoulements	31
2.3.1 Viscosité dynamique	31
2.3.2 Turbulence	32
2.3.3 Profils verticaux de vitesse et termes de dispersion	33
2.3.4 Courants secondaires	34
2.4 Migration et dépôts	36
2.4.1 Transport de la charge sédimentaire	36
2.4.2 Érosion et dépôts aux berges	37
2.5 Conclusion	38
3 Modèle à pente variable	41
3.1 Présentation du modèle à pente variable	41
3.1.1 Méthode de construction	41
3.1.2 Présentation des équations	43
3.1.3 Comparaison au modèle à pente constante	45

3.1.4	Remarques sur le modèle d'écoulement	45
3.2	Calcul de la migration à partir de la pente	45
3.3	Comparaison des modèles à pentes constante et variable	47
3.3.1	État initial de référence	47
3.3.2	Évolution planimétrique	48
3.3.3	Évolution des profondeurs moyennes dans les sections	55
3.4	Traitement l'augmentation de profondeur	57
3.4.1	Quantification de l'augmentation de profondeur	57
3.4.2	Adaptations du modèle à pente variable	59
3.5	Conclusion sur le modèle à pente variable	62
4	Méandres confinés	63
4.1	Confinements spontané et morphologique des méandres	63
4.2	Exemples de modélisation du confinement des méandres	67
4.2.1	Confinement spontané en ceinture de méandres	67
4.2.2	Confinement morphologique de méandres	69
4.3	Simulation de deux systèmes confinés	69
4.3.1	Paramétrage des simulations des deux cours d'eau	70
4.3.2	Résultats des simulations	75
4.3.3	Comparaison avec les systèmes naturels	82
4.4	Conclusion	84
5	Modèle d'écoulement moyen Saint Venant	85
5.1	Introduction	85
5.2	Spécifications	85
5.3	Système d'équations	86
5.3.1	Saint Venant	87
5.3.2	Discretisation spatiale	87
5.3.3	Discretisation temporelle	88
5.4	Mise en œuvre	89
5.4.1	Insertion du modèle Saint Venant dans le modèle à pente variable	89
5.4.2	Détermination du fond et reconstruction de la surface	89
5.4.3	Calcul du coefficient de Strickler	91
5.5	Tests et comparaison	92
5.5.1	Stabilité de l'écoulement moyen dans le temps	92
5.5.2	Comparaison aux modèles hydrauliques antérieurs	95
5.6	Évolution des systèmes méandriformes libres	97
5.6.1	Évolution à court terme	98
5.6.2	Évolution à long terme	100
5.6.3	Évolution des profondeurs	102
5.7	Conclusion	104
	Discussion générale et conclusion	105
6.1	Discussion	105
6.2	Perspectives	107
6.2.1	Implémentation finale dans Flumy	107
6.2.2	Transport sédimentaire	108
6.2.3	Confluences, bifurcations et ouverture à d'autres environnements	109
6.3	Conclusion	109

A	Définition d'une topographie générique	117
B	Sensibilité	119
C	Construction du Modèle Saint-Venant	125
C.1	Intégration latérale des équations de Saint-Venant	125
C.2	Discrétisation spatiale	127
C.3	Discrétisation temporelle et résolution	131

Table des figures

1.1	Structures sédimentaires constituant une plaine d'inondation associée à un système méandriforme	9
1.2	Coupe d'une barre de méandre	10
1.3	Migration naturelle et modélisée	11
1.4	Recoupement de méandre et comblement des bras morts	11
1.5	Accommodation du profil longitudinal du chenal vers le profil d'équilibre . . .	13
1.6	Processus d'aggradation dans Flumy	14
1.7	Rupture de levée et avulsions dans Flumy	16
1.8	Modification de la topographie pour le conditionnement	18
1.9	Utilisation d'une carte d'érodabilité	19
1.10	Illustration de la balance migration/aggradation	21
1.11	Influence de la fréquence des avulsions	22
2.1	Champs de vitesse dans les sections normales d'un chenal courbe vu en plan	27
2.2	Chenal vu en plan et paramétrage curviligne	28
2.3	Profils verticaux quadratiques en fonction du coefficient de frottement . . .	34
2.4	Génération des courants secondaires	35
2.5	Deux modes de ruine d'une berge	37
2.6	Confrontation des modèles HIPS, JP et ZS à un cas historique de migration	39
3.1	Enveloppe du champ de vitesse	42
3.2	Évolution de l'écoulement de référence en fonction de la pente	44
3.3	Traduction géométrique du bridage de la pente	46
3.4	Vue transversale de la migration d'une section de chenal	46
3.5	Création du tracé de référence	48
3.6	Initiation des méandres avec les modèles à pente constante et variable . . .	49
3.7	Évolution des paramètres décrivant le tracé méandriforme (10 000 itérations)	50
3.8	Comparaison des ceintures de chenaux (100 000 itérations)	53
3.9	Évolution des paramètres décrivant le tracé méandriforme (100 000 itérations)	54
3.10	Évolution temporelle à court terme de la profondeur du chenal et de la vitesse d'écoulement	55
3.11	Évolution temporelle à long terme de la profondeur du chenal et de la vitesse d'écoulement	56
3.12	Évolution spatiale de la profondeur dans les sections du chenal simulé avec le modèle à pente variable	56
3.13	Longueur critique d'un écoulement à surface libre horizontale	58
3.14	Évolution au cours du temps de quatre variantes du modèle à pente variable	59
3.15	Profils et cartes à l'itération 900 des différents modèles	60
3.16	Comparaison de la simulation avec relâchement avec un cours naturel	61

4.1	Portions de cours d'eau canadiens correspondant aux trois types de confinement	64
4.2	Exemples de méandres confinés de type II (Canada)	65
4.3	Translation vers l'aval des méandres de la Beaver River	66
4.4	Phénomène d'accrétion tourbillonnaire dans les méandres confinés à fort angle d'incidence	67
4.5	Confinement naturel de la ceinture de méandres modélisé par un durcissement progressif des argiles de remplissage des bras morts	68
4.6	Évolution temporelle de la largeur de la ceinture de méandres au fil des itérations en fonction des mécanismes de confinement	68
4.7	Simulation avec largeur de la bande active imposée	69
4.8	Développement simulé d'une bande active	70
4.9	Représentation géométrique simplifiée des vallées	70
4.10	Recherche du coefficient de frottement pour la Beaver	72
4.11	Recherche d'un coefficient d'érodabilité de la Beaver et de la Red Deer	74
4.12	Amorce des simulations à pente constante et à pente variable de la Beaver et de la Red Deer	76
4.13	Évolution des descriptions statistiques de chaque couple rivière-modèle sur 10 000 itérations	77
4.14	Dynamique de l'évolution des trains de méandres à long terme	78
4.15	Évolution des descriptions statistiques de chaque couple rivière-modèle sur 100 000 itérations	79
4.16	Illustration de la migration des méandres d'un système mature	80
4.17	Profils longitudinaux de la Beaver et de la Red Deer à 90 000 itérations	81
4.18	Comparaison des méandres réels et simulés	83
5.1	Implémentation des algorithmes de migration	90
5.2	Construction du fond pour le modèle Saint Venant	90
5.3	Coefficient de Strickler en fonction du coefficient de friction	91
5.4	Influence de la fréquence de calcul de l'écoulement moyen avec le modèle Saint-Venant (500 itérations)	93
5.5	Influence de la fréquence de calcul de l'écoulement moyen avec le modèle Saint-Venant (1 000 itérations)	94
5.6	Profils, vitesses et perturbations de vitesse des tests référence fond et surface	96
5.7	Comparaison du développement des méandres à pente constante, à pente variable et Saint Venant	98
5.8	Évolution des paramètres décrivant un tracé méandriforme (10 000 itérations)	99
5.9	Comparaison des ceintures de chenaux construites avec les modèles à pentes constante, à pente variable et Saint Venant	101
5.10	Évolution des paramètres décrivant un tracé méandriforme (50 000 itérations)	102
5.11	Comparaison des profils des simulations à pentes constante, à pente variable et Saint Venant	103
A.1	Différentes géométries possibles de la topographie générique	118
B.1	Plaines simulées avec le modèle à pente constante	121
B.2	Plaines simulées avec le modèle à pente constante	122
B.3	Sensibilité des paramètres méandriformes	123
C.1	Grilles alternées	127

Liste des tableaux

1.1	Résumé des paramètres du modèle Flumy	20
3.1	Paramétrage utilisé pour la comparaison des modèles à pente constante et à pente variable	47
4.1	Paramètres hydrauliques de la Red Deer et de la Beaver	71
4.2	Calcul des coefficients de frottement des rivières Beaver et Red Deer	71
4.3	Résumé des valeurs de paramètres retenues pour les simulations de systèmes confinés	75
4.4	Comparaison des paramètres de la Beaver et de la Red Deer avec ceux des simulations à pentes constante et variable	82
5.1	Comparaison des caractéristiques des différents modèles réservoirs et du modèle hydrologie	86
5.2	Paramétrage de base utilisé pour les simulations du chapitre Saint Venant	92
B.1	Paramétrages utilisés pour le test de sensibilité	119

Nomenclature

Notation	description
X	Scalaire.
\vec{X}	Vecteur.
\underline{X}	Tenseur d'ordre 2.
\odot	Produit contracté (produit scalaire pour les vecteurs).
\otimes	Produit tensoriel.
$X _Y$	Objet X évalué à la position Y .
X^{ad}	Valeur adimensionnée.
X_i	Objet évalué au noeud i (discrétisation spatiale).
X^N	Objet évalué à l'itération N (discrétisation temporelle).

symbole	dimension	var	description	page
Géométrie				
\vec{N}	L	s	Normale à la ligne médiane.	-
\vec{T}	L	s	Tangente à la ligne médiane.	-
R_c	L	s	Rayon de courbure de la ligne médiane.	-
κ	L^{-1}	s	Courbure de la ligne médiane.	-
I	\emptyset	s	Pente longitudinale locale.	-
I_r	\emptyset	c^{te}	Pente longitudinale de référence (moyenne sur le chenal).	-
I_{lim}	\emptyset	c^{te}	Valeur de bridage de la pente longitudinale locale.	-
L	L	c^{te}	Largeur d'une section.	-
L_r	L	c^{te}	Largeur de référence (moyenne sur le cours d'eau).	-
B	L	c^{te}	Demi-largeur de référence.	-
r_r	L	c^{te}	Ratio de section de référence.	-
z_f	L	s, n	Altitude du fond.	-
z_{sl}	L	s, n	Altitude de la surface libre.	-
z'_{sl}	L	s, n	Perturbation de l'altitude de la surface libre.	-
z_{topo}	L	s	Altitude de la topographie.	-
Δs_i	L	c^{te}	Distance entre les noeud i et $i + 1$.	-
Bases vectorielles				
$\vec{e}_{I/II/III}$	-	c^{te}	Vecteurs de la base cartésienne.	-
$\vec{e}_{s/n/z}$	-	s, n, z	Vecteurs de la base curviligne physique.	-
x, y, z	L	-	Coordonnées cartésiennes.	-
s, n, z	L	-	Coordonnées curvilignes physiques.	-

Paramètres physiques				
g	$L \cdot T^{-1}$	c^{te}	Accélération de la pesanteur terrestre.	-
ρ	$M \cdot L^{-3}$	(c^{te})	Masse volumique du fluide.	-
Q	$L^3 \cdot T^{-1}$	(c^{te})	Débit.	-
k	—	c^{te}	Constante de Von Karman.	-
Variables hydrauliques				
p	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	s, n, z	Pression.	-
u	$L \cdot T^{-1}$	s, n, z	Vitesse locale.	-
\bar{u}	$L \cdot T^{-1}$	s, n	Moyenne verticale de la vitesse.	-
U	$L \cdot T^{-1}$	s	Moyenne de la composante longitudinale de la vitesse sur une section.	-
U'	$L \cdot T^{-1}$	s, n	Perturbation de vitesse longitudinale.	-
U'_b	$L \cdot T^{-1}$	s	Perturbation de vitesse longitudinale à la berge gauche.	-
U_r	L	c^{te}	Vitesse longitudinale de référence (moyenne sur le chenal).	-
h	L	s, n	Hauteur d'eau locale.	-
H	L	s	Hauteur d'eau moyenne dans une section.	-
H_r	L	c^{te}	Hauteur de référence (moyenne sur le chenal).	-
Fr	\emptyset	(s, n, z)	Nombre de Froude.	-
Re	\emptyset	(s, n, z)	Nombre de Reynold.	-
Modélisation de l'écoulement				
Δt	T	c^{te}	Pas de temps.	-
C_f	\emptyset	c^{te}	Coefficient de frottement sur le fond.	-
C_f^n	\emptyset	c^{te}	Coefficient de frottement sur le fond renormalisé.	-
\bar{z}	\emptyset	s, n	Position verticale dans la colonne d'eau (0 au fond et 1 à la surface).	-
T	\emptyset	\bar{z}	Fonction de forme de la vitesse longitudinale.	-
α_{C_f}	\emptyset	c^{te}	Coefficient de calcul de T .	-
K_s	$L^{1/3} \cdot T^{-1}$	(c^{te})	Coefficient de Strickler.	-
A_{aff}	\emptyset	c^{te}	Coefficient d'affouillement.	-
A_{sec}	\emptyset	c^{te}	Coefficient des courants secondaires.	-
α_{Olsen}	\emptyset	c^{te}	Coefficient de calcul de A_{sec} .	-
Modélisation de la migration				
E	\emptyset	c^{te}	Coefficient d'érodabilité.	-
c_e	\emptyset	c^{te}	Coefficient correctif (érosion de berge).	-
$\overrightarrow{\text{mig}}$	L	s	Vecteur migration.	-

Simulation des processus d'accomodation verticale

z_{eq}	L	s	Altitude du profil d'équilibre.	-
Δz_{acc}	L	s	Incrément d'aggradation.	-
α_{acc}	$L \cdot T^{-1}$	c^{te}	Coefficient d'accomodation.	-
e_{OBLV}	L	x, y	Épaisseur des dépôts de crue de débordement.	-
ϕ_{OBLV}	L	x, y	Granulométrie des dépôts de crue de débordement.	-
L_{ce}	L	c^{te}	Longueur caractéristique de la décroissance de e_{OBLV} .	-
L_{cg}	L	c^{te}	Longueur caractéristique de la décroissance de ϕ_{OBLV} .	-
z_{pa}	L	c^{te}	Altitude de la nappe phréatique d'accompagnement.	-
t_{wl}	T	c^{te}	temps caractéristique du développement des zones humides.	-

Introduction

Les cours d'eau présentent des morphologies d'une grande variabilité. Ils peuvent différer dans la sinuosité de leur tracé, la forme de leurs sections, celle de leur profil longitudinal ou encore le nombre de bras. En plus de leur morphologie, de nombreuses caractéristiques les distinguent : leur hydrogramme, la nature de leurs berges et celle des sédiments qu'ils transportent. Ces morphologies constituent en réalité un continuum dans lequel la détermination objective de catégories est d'autant plus malaisée que des cours d'eau de morphologie semblable peuvent se révéler très différents, ou que des cours d'eau partageant de nombreux points communs peuvent, à l'inverse, présenter des morphologies différentes. Enfin, un même cours d'eau peut évoluer rapidement d'une morphologie à l'autre, ne pas présenter la même morphologie selon son état hydraulique ou encore correspondre simultanément à plusieurs catégories [Nanson 92].

Toute étude nécessitant une conceptualisation, de nombreuses classifications ont tout-de-même été établies. Pour les plus anciennes, on peut citer celle de Leopold et Wolman [Leopold 57], simple et descriptive, reconnaissant trois types de tracés de cours d'eau : rectilignes à sinueux, méandriformes et en tresse. Ces distinctions sont encore en vigueur pour qualifier un tracé. La classification de Rosgen [Rosgen 94], plus récente et représentative des plus complexes, répartit les cours d'eau dans une hiérarchie d'une centaine de catégories. Bien que contestée pour sa valeur explicative, elle constitue un outil descriptif très précis [Simon 05]. Selon une approche plus analytique, [Nanson 92] construisirent une classification basée non seulement sur les caractéristiques visibles des cours d'eau, mais aussi sur les processus sédimentaires de l'ensemble de leur plaine alluviale, en considérant l'énergie de l'écoulement et les sédiments.

Pour situer l'objet de cette thèse, nous utilisons la classification de [Nanson 92], avec la distinction des environnements multichenaux de [Nanson 96]. Les objets étudiés ici sont les cours d'eau méandriformes à chenal unique, soit la catégorie *B3* de [Nanson 92] (correspondant au type 3 de [Nanson 96]), elle-même divisée en quatre sous-catégories *a*, *b*, *c* et *d*. Les plus proches des systèmes libres étudiés sont la *b* et la *c* (respectivement avec barres de migrations et avec marais). La catégorie *d* correspond aux systèmes méandriformes confinés, dont il sera également question.

Bien que les cours d'eau méandriformes aient été l'objet de nombreuses études, la cause de leur morphologie reste controversée. Longtemps, il fut considéré que la formation des méandres résultait d'un phénomène de compression de l'écoulement, à l'image du flambage d'une poutre en mécanique [Malavoi 10]. L'explication concurrente, aujourd'hui privilégiée, est une résonance entre les perturbations de l'écoulement et les barres alternées qui parsèment le lit.

De fait la migration, processus par lequel se développent les méandres, est attribuée à une déformation du champ de vitesse par les irrégularités du tracé. Dans une courbe, la zone de haute vitesse est déportée vers l'extérieur. La berge externe, soumise à une augmentation de la vitesse, est alors érodée tandis qu'en vis-à-vis, contre la berge interne,

une diminution de la vitesse engendre le dépôt d'une partie des sédiments transportés. Il en résulte un déplacement latéral de la section de la rivière pouvant dépasser en une année 10% de la largeur [Hickin 84]. Le cours d'eau s'arrondit ainsi progressivement en méandres à l'intérieur desquels il laisse un dépôt sableux appelé barre de méandre. Ultimement, le tracé du méandre se referme et l'écoulement le court-circuite. Par ce procédé, le cours d'eau remanie les sédiments de sa plaine.

D'autres processus ont lieu, dans le chenal ou sur la plaine d'inondation (construction et ruptures de levées, avulsions, crues de débordement...) qui, dans un contexte de subsidence, aboutissent à un dépôt de sédiments plus fins sur l'ensemble de la plaine et à une élévation du lit. Le résultat est une architecture sédimentaire complexe et hétérogène, constituée de corps sableux (les anciennes barres de méandres) dans une masse de sédiments plus fins à tendance argileuse (dépôts formés par les autres processus).

Les corps sableux, relativement poreux, constituent des réservoirs potentiels et des chemins d'écoulement préférentiels pour les fluides. Les autres dépôts représentent à l'inverse des barrières de perméabilité. Les corps poreux sont susceptibles de contenir des ressources naturelles (hydrocarbures, eau potable, dépôt d'uranium...) exploitables par forage. Dans cette thématique, cette architecture sédimentaire est classée dans les réservoirs hétérogènes. L'étude de ces structures permet d'estimer la répartition des corps poreux – et donc de guider l'implantation des forages – ou leur connectivité, afin de prévoir les écoulements – et permettre un drainage de fluides ou prévenir la dispersion d'une pollution.

La taille des corps sableux les rend difficiles à repérer par les techniques géophysiques (tomographie sismique ou électrique). En effet, ces corps ont une forme peu épaisse mais étalée, quand les maillages obtenus par tomographie ont une meilleure résolution horizontale que verticale. En complément, il est donc possible d'avoir recours à des outils numériques. Deux méthodes sont pour cela disponibles. Elles exploitent toutes deux les données de forages. La première est la géostatistique, modèle mathématique qui permet de propager dans l'espace des données ponctuelles (celles des puits) en se basant sur l'analyse statistique de structures semblables. La seconde est la modélisation par processus, qui permet de simuler la formation du réservoir en honorant les observations faites aux puits. Les deux ne sont pas exclusives, la modélisation par processus pouvant par exemple être utilisée indirectement, pour fournir rapidement des images d'entraînement à la géostatistique.

Les modèles de migration mettent en relation les zones de dépôts et d'érosion des berges avec les asymétries du champ de vitesse dans les sections normales du chenal. Ces asymétries sont fournies par une modèle hydraulique simplifié, basé sur une géométrie monodimensionnelle mais prenant en compte des variations transversales de vitesse. Ils sont qualifiés de quasi-2D. Le chenal est représenté par une courbe dans un plan sub-horizontale. Cette géométrie sert de support à un écoulement permanent, décomposé dans chaque section en une moyenne et une perturbation. La migration est alors proportionnellement déduite de la perturbation par un coefficient d'érodabilité qualifiant le matériau des berges. Cette famille de modèles fut historiquement créée pour étudier l'initiation des méandres à partir de faibles perturbations du tracé induisant des perturbations du champ de vitesse [Ikeda 81]. Rapidement, leur usage fut étendu pour estimer l'évolution des cours d'eau méandriformes à moyen terme, ou reproduire les structures sédimentaires générées à beaucoup plus long terme. Depuis sa création, le modèle précurseur a fait l'objet de nombreux travaux qui l'ont corrigé ([Johannesson 89a], [Johannesson 89b]), amélioré et étendu ([Meakin 96], [Sun 01b], [Sun 01a], [Zolezzi 01],[Seminara 01]), et qui ont précisé son domaine de validité ([Perucca 05], [Camporeale 07], [Camporeale 08], [Pittaluga 11]).

Dans ce cadre, l'École des mines de Paris, déjà pionnière en géostatistique, a développé le logiciel Flumy, capable de reproduire la sédimentation à long terme des systèmes méan-

driformes. Le modèle de migration utilisé est inspiré de celui de [Ikeda 81]. Outre la migration, de nombreux processus sédimentaires des systèmes méandriformes sont reproduits (aggradation et incision, formation et rupture des levées, avulsions, développement de zones humides). Le modèle Flumy comprend également un conditionnement qui, sur la base d'informations ponctuelles – fournies par les données de forage ou les coupes géologiques – pondère les processus sédimentaires pour honorer ces observations.

Cependant, les systèmes méandriformes ne représentent qu'une faible portion du continuum des morphologies fluviales. De rapides transitions d'un type fluvial à un autre, dans l'espace comme dans le temps, sont fréquents pour une même rivière. En vue d'élargir, à terme, le panel d'environnements reproductibles par Flumy, il est nécessaire de se rapprocher des processus eux-mêmes sans supposer au préalable un comportement méandriforme. Pour cela, il importe d'autoriser dans sa partie hydraulique des variations des paramètres locaux gouvernant ces processus. Le modèle [Ikeda 81] supposant une surface libre à pente constante, le passage à une pente variable constitue l'objet de cette thèse.

Ce travail porte exclusivement sur les modèles d'écoulements à surface libre simplifiés dédiés au calcul de la migration. Il s'appuie sur deux modèles pré-existants. Le premier est un modèle à pente constante, le modèle historique [Ikeda 81] modifié par [Johannesson 89b], en place dans le logiciel Flumy. Le second, proposé par [Lopez 03], considère une pente variable. La première étape est l'implémentation conjointe de ces modèles, leur application aux méandres libres et leur comparaison. Un phénomène de ralentissement de l'écoulement dans des portions de cours d'eau à très faible pente est mis en évidence dans l'implémentation du modèle à pente variable, et reconnu comme un artefact. Sur cette base, un nouveau modèle de calcul d'écoulement à surface libre dédié à la migration est proposé. Il est obtenu en modifiant le modèle à pente variable. La partie dédiée au calcul de l'écoulement moyen sous une surface connue est remplacée par un modèle d'écoulement monodimensionnel sur un fond connu, construit directement sur les équations de Saint-Venant.

Le premier chapitre est dédié à la présentation des principaux processus sédimentaires dans les systèmes méandriformes, ainsi qu'à la façon dont le modèle Flumy les reproduit. Le chapitre suivant regroupe les bases de la mécanique des fluides et présente quelques particularités de la modélisation des écoulements fluviaux, notamment dédiés à la migration à long terme. Le troisième chapitre traite la mise en œuvre d'un modèle existant ([Lopez 03]) et de son application à des méandres libres. L'application des deux modèles ([Ikeda 81] et [Lopez 03]) à la reproduction des méandres confinés de deux cours d'eau canadiens fait ensuite l'objet d'un chapitre distinct. Le dernier chapitre propose une modification du modèle [Lopez 03] élaborée en collaboration avec l'équipe hydrologie de Mines-Paristech, dans laquelle l'écoulement moyen est obtenu par la résolution des équations de Saint Venant. Enfin, nous proposerons en conclusion les développements futurs envisageables pour Flumy.

Chapitre 1

Flumy, un modèle par processus pour la simulation à long terme des systèmes méandriformes

1.1 Introduction

Les systèmes méandriformes développent la plaine d'inondation d'un cours d'eau par plusieurs processus sédimentaires, formant des dépôts particuliers (figure 1.1). Ainsi la *migration* arrondit le tracé du cours d'eau en *méandres*, construisant des *barres de méandres*. Sur les berges s'élèvent des digues naturelles, les *levées*. Lors d'une *rupture de levée*, il s'y forme une *crevasse* et, sur la plaine, un *lobe de crevasse*. Enfin, à distance du chenal, les crues successives accumulent les *dépôts de crue de débordement*. Ces processus et leur dépôts associés, ainsi que leur représentation dans le modèle Flumy, sont présentés dans ce chapitre.

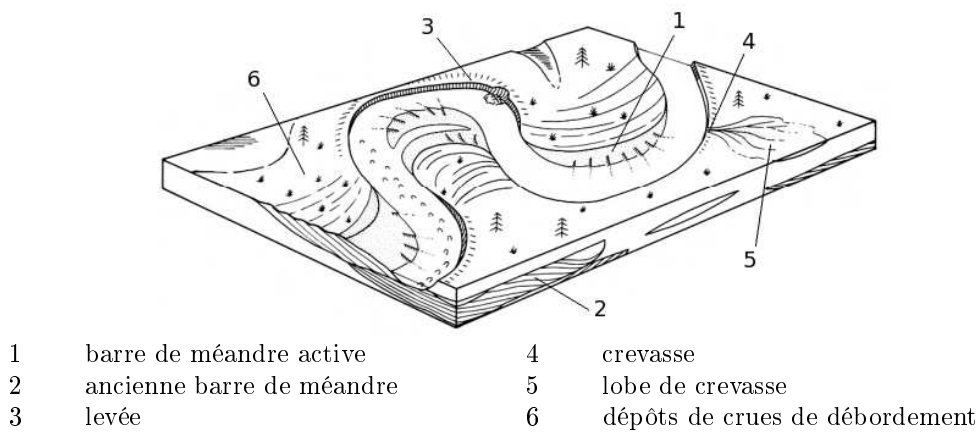


FIG 1.1 — Schéma de plaine d'inondation associée à un système méandriforme ([Miall 85], figure 12).

1.2 Processus reproduits

Le modèle Flumy produit un bloc de dépôts sédimentaires d'épaisseur variable organisés en pile sur une grille régulière. Le chenal est représenté par une ligne brisée figurant

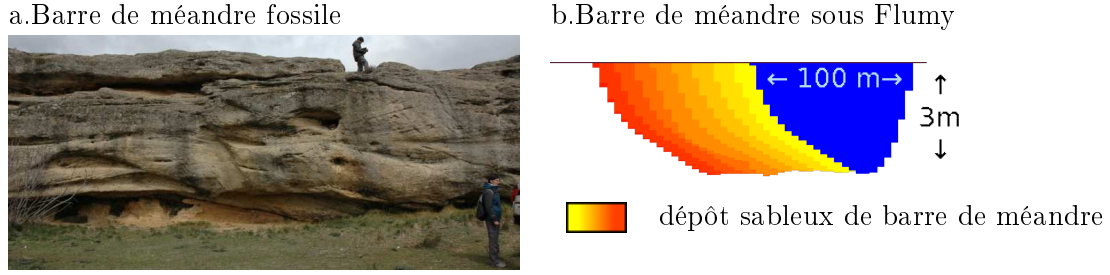


FIG 1.2 – Coupe d’une barre de méandre (a) fossile (analogue de réservoir, Huete, Espagne), (b) modélisée sous Flumy (les dépôts foncent avec le temps). Les hauteurs des deux barres sont semblables (4 m). La coupe modélisée est obtenue après 4 000 itérations (trait noir sur la figure 1.3.c).

la ligne médiane de sa surface libre. Les empilements des dépôts sont construits en simulant itérativement l’évolution du chenal, à raison d’une crue par itération. Ces dépôts, d’épaisseurs variables, sont qualifiés par différents faciès, correspondant aux différents processus observables dans les systèmes méandriformes.

Cette section présente les différents processus reproduits par Flumy, répartis en trois groupes :

- les processus d’accrétion latérale,
- les processus d’accrétion verticale,
- les accidents du tracé.

Les deux premiers groupes sont des processus progressifs, dont les effets se cumulent au fil des itérations (des crues). Le dernier décrit des événements ponctuels pouvant induire des changements importants et brutaux. Pour chaque processus, une description naturaliste sera donnée, suivie de son implémentation numérique dans le modèle Flumy.

1.2.1 Accrétion latérale

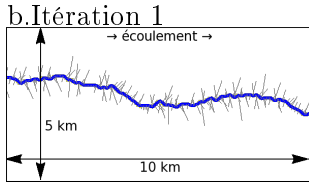
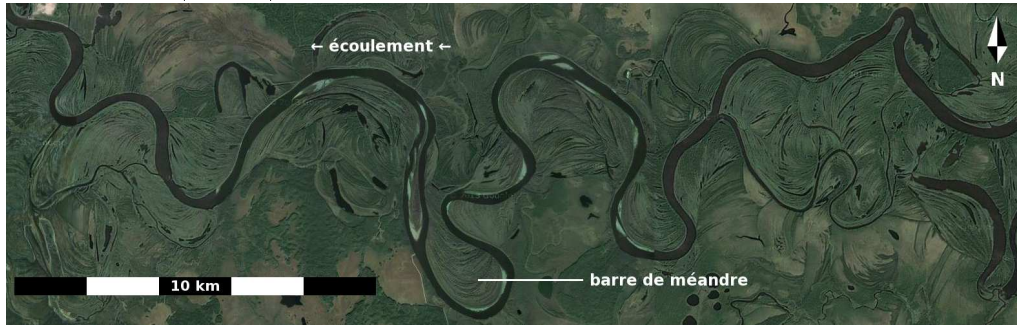
L’accrétion latérale, liée à la migration, est le processus de formation des méandres. Il découle de la déformation du champ de vitesse engendrée par la courbure du tracé. Lorsque le cours d’eau décrit une courbe, le champ de vitesse se déforme. La zone de fortes vitesses est déportée du centre du chenal vers l’extérieur de la courbe et engendre une érosion de la berge externe. Dans le même temps, la vitesse de l’écoulement à proximité de la berge interne diminue, permettant à la fraction suffisamment grossière des sédiments transportés de se déposer. Il en résulte un déplacement latéral du cours d’eau vers l’extérieur de la courbe, appelé *migration*. Ce processus a principalement lieu lors des plus forts débits. Cette migration accentue les courbes du tracé, conduisant à la formation de larges boucles, les méandres. La structure déposée à l’intérieur de ces méandres est appelée *barre d’accrétion latérale*, ou *barre de méandre* (*Point-bar* en anglais). Le développement des méandres est illustré sur les figures 1.2.a et 1.3.a).

Au terme de son évolution, un méandre se referme sur lui-même et se trouve court-circuité par l’écoulement. Il devient alors un bras mort (*Oxbow lake* en anglais), une portion d’eau stagnante renouvelée lors des crues et progressivement comblée de sédiments fins [Tiron 09], formant un *bouchon argileux* (*mud-plug* en anglais) (figure 1.4.a).

Le modèle Flumy reproduit les différentes étapes de l’accrétion latérale, à commencer par la migration. La migration est considérée proportionnelle à la survitesse calculée au droit de l’une des berges. Pour accéder à cette perturbation, l’écoulement est simplifié de la manière suivante :

- l’eau est incompressible et sa masse volumique ne varie pas,

a. Reka Vakh (Russie)



barre de méandre (rougit avec l'âge)

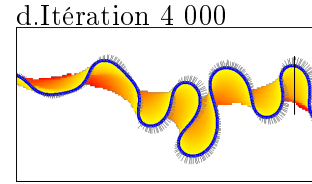
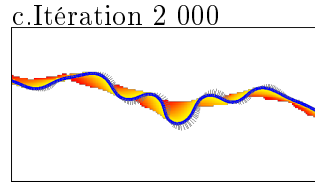


FIG 1.3 — Système contemporain en carte (a) et migration modélisée par Flumy (b, c, d). La largeur du chenal est de 100 m dans la modélisation comme dans l'exemple. Les dépôts, sableux, sont colorés d'autant plus rouges qu'ils sont anciens.

- l'écoulement est permanent,
- la largeur est homogène et grande devant la profondeur,
- la pente de la surface libre et l'écoulement moyen sont constants,
- le profil transversal de vitesse dans une section est linéaire.

La surface libre est connue par avance, et c'est l'altitude du fond qui doit être déterminée. Ce modèle est détaillé dans le chapitre suivant. Il donne accès à la perturbation de vitesse en deux étapes. Tout d'abord, une vitesse et une profondeur d'eau moyennes dans chaque section (U et H), assimilées à leurs moyennes sur l'ensemble du chenal (U_r et H_r) sont

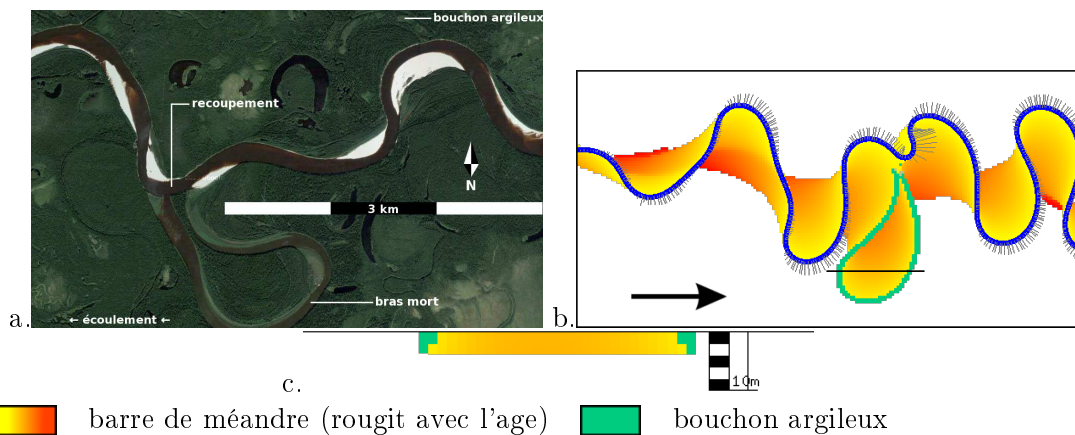


FIG 1.4 — Recouplement de méandre et comblement des bras morts. Vue aérienne d'un bras mort et d'un bouchon argileux dans la Rak Vakh en Russie (a), vues en carte (b) et en coupe (c) d'un bouchon d'argile obtenu avec Flumy (recouplement obtenu après 5 000 itérations avec la même simulation que la figure 1.3, plaine 10 × 5 km). La coupe transversale (c) est repérée par un trait noir sur la carte (b).

obtenues par

$$U = U_r = \sqrt[3]{\frac{g \cdot I_r \cdot Q}{2 \cdot B \cdot C_f}} \quad ; \quad H = H_r = \frac{Q}{2 \cdot B \cdot U_r} \quad (1.1)$$

Ces relations sont obtenues en considérant l'équilibre entre la force motrice de la gravité et les frottements sur le fond du chenal. La perturbation de vitesse (différence entre la vitesse à la berge gauche et la vitesse moyenne) est ensuite donnée par l'intégration numérique d'amont en aval d'une équation différentielle inspirée de [Ikeda 81] remaniée par [Johannesson 89b] :

$$\frac{\partial U'_b}{\partial s} + 2 \cdot \frac{C_f}{H} \cdot U'_b = B \cdot U \cdot \left(\frac{\partial \kappa}{\partial s} - \kappa \cdot \frac{C_f}{H} \cdot \left(\frac{U^2}{g \cdot H} + A_{aff} + A_{sec} - 1 \right) \right) \quad (1.2)$$

Une fois la perturbation de vitesse à l'une des berges connue, la migration $\overrightarrow{\text{mig}}$, qui s'effectue suivant la normale $\overrightarrow{\mathbf{N}}$ à la ligne médiane, peut être calculée :

$$\overrightarrow{\text{mig}} = k_{topo} \cdot \Delta t \cdot E \cdot U'_b \cdot \overrightarrow{\mathbf{N}} \quad (1.3)$$

où E figure le coefficient d'érodabilité, caractérisant le matériau de la berge, et k_{topo} un facteur destiné à minorer la migration en fonction d'une hauteur à éroder (respectivement à déposer) si la topographie des dépôts antérieurs est plus élevée (respectivement plus basse) que le plan de référence dans lequel on considère inscrite la ligne médiane (la surface libre n'a pas d'altitude déterminée ; elle est plaquée sur la topographie pour les processus sédimentaires, mais à pente constante dans le calcul de la migration). Sa valeur à chaque section est donnée par :

$$k_{topo} = 1 + \frac{|z_{topo} - z_{ref}|}{H} \quad (1.4)$$

où z_{topo} et z_{ref} sont, respectivement, les altitudes de la topographie et du plan de référence. Le terme Δt est la durée d'une itération, correspondant à la période des crues, soit un an pour un régime de crue annuelle. La figure 1.3 montre trois étapes de migration du tracé d'un méandre ainsi que la formation de la barre associée (vignettes b, c, d).

Lorsque le modèle fait migrer le chenal, l'espace balayé par chaque section est comblé par des dépôts empilés sur la grille et identifiés par le faciès PB (pour l'anglais *point-bar*, barre de méandre). Le développement progressif d'une barre de méandre est représenté en carte sur la figure 1.3, et en coupe transversale sur la figure 1.2. Lorsque le méandre s'est suffisamment développé, le modèle détecte la fermeture du tracé. Les points de la boucle sont alors exclus de la ligne médiane. Le volume libéré est rempli par un nouveau faciès MP (pour l'anglais *mud-plug*, bouchon argileux). La construction d'un bouchon argileux suite à un recoupement est représentée sur la figure 1.4.

1.2.2 Accrétion verticale

Il existe pour chaque cours d'eau un profil longitudinal (tracé de l'altitude de la surface libre en fonction de l'abscisse curviligne) permettant un équilibre entre l'énergie disponible et le transport de sédiments. Lorsqu'un cours d'eau suit ce profil d'équilibre, il évolue principalement par accrétion latérale et remanie donc les mêmes dépôts. Mais ce profil d'équilibre est lié au dénivelé entre la source et l'exutoire du cours d'eau (mer, océan ou grand lac). Il suit donc les variations du niveau marin et les mouvements verticaux du bassin sédimentaire. Lorsque la dénivelée augmente, l'énergie disponible pour le transport

sédimentaire augmente également et le profil d'équilibre s'abaisse. Le cours d'eau tend à rattraper ce profil en s'enfonçant dans son bassin par érosion, créant des *incisions*. On est alors en contexte de *surrection* (figure 1.5a). Les exemples sont nombreux, l'un des plus connu étant le Grand Canyon du Colorado, aux États-Unis. À l'inverse, si le dénivelé entre la source et l'exutoire diminue, la capacité de transport du cours d'eau diminue également. Le profil d'équilibre s'élève, laissant apparaître un *espace d'accommodation* que le cours d'eau comble lentement en déposant verticalement des sédiments qui seront préservés. On parle dans ce cas de *subsidence* (figure 1.5b). Par ailleurs, certaines portions du chenal peuvent se trouver au dessus du profil d'équilibre et avoir tendance à inciser, tandis que d'autres se trouvent en dessous et sont en aggradation (figure 1.5c).

C'est lors des phases de subsidence que les cours d'eau forment les structures sédimentaires qui constituent ensuite les réservoirs hétérogènes. Plusieurs processus d'accrétion verticale, ou *aggradation*, contribuent à l'élévation d'un cours d'eau et de sa plaine jusqu'au comblement de l'espace d'accommodation.

- Les dépôts de *crues de débordement* (*overbank flood* en anglais) Lorsque le cours d'eau déborde de son lit pour inonder la plaine alentour, il apporte avec lui des sédiments fins, qui se déposent en couche à la décrue. En s'éloignant du lit, cette couche s'amincit et la granulométrie des sédiments qui la composent diminue.
- La formation de *levées* (*levee* en anglais). À proximité du chenal, la couche de sédiments déposée par les crues est plus épaisse et plus grossière, elle forme alors les levées, digues naturelles pouvant contenir la surface du cours d'eau au dessus de la plaine (jusqu'à plusieurs mètres dans le cas du Fleuve jaune, en Chine).

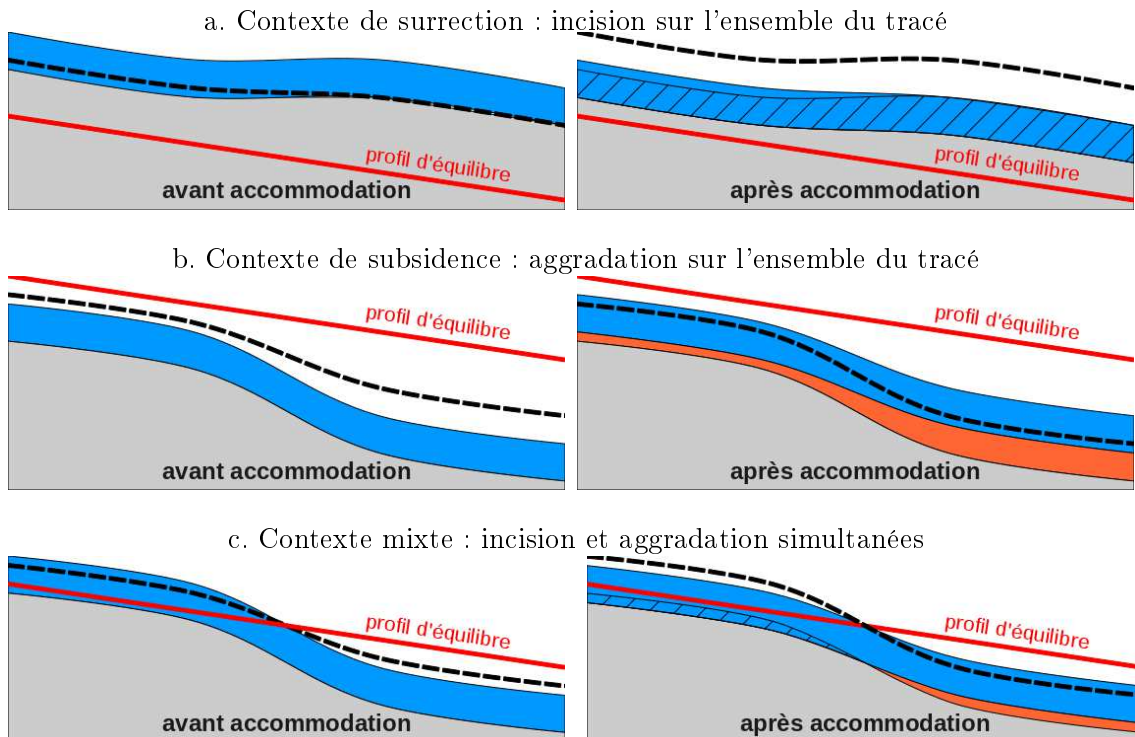


FIG 1.5 — Accommodation du profil longitudinal du chenal vers le profil d'équilibre par érosion (a), par aggradation (b) ou par érosion et aggradation (c) (la valeur de α_{acc} utilisée est 1/3). Les courbes en tirets interrompus sur les vignettes *avant* (respectivement *après*) représentent la surface de l'eau sur la vignette *après* (respectivement *avant*). Les zones hachurées représentent des érosions, les zones brunes des dépôts de fond de chenaux.

- Les *dépôts de fond de chenaux* (*channel lag* en anglais). Les sédiments les plus grossiers (graviers, galets voir rochers) sont confinés au fond du chenal et en élèvent le niveau.
- Le développement de *zones humides* (*wet land* en anglais). Dans les combes parsemant la plaine, les marais produisent de la matière organique, contribuant à l'élévation des points les plus bas.

Dans le modèle Flumy, le profil d'équilibre est représenté localement par un plan parallèle au plan de référence. Il est possible de simuler sur tout le domaine la subsidence (respectivement surrection) en élevant (respectivement abaissant) ce plan d'équilibre. L'incision et l'aggradation sont régies de la même manière. Le chenal est plaqué sur la topographie des dépôts, ce qui permet de déterminer pour chacun de ses points une altitude. Les zones d'incision et d'aggradation sont alors déterminées en soustrayant le profil d'équilibre au profil longitudinal du chenal. En tout point, le chenal se rapproche du profil d'équilibre proportionnellement à l'écart vertical qui l'en sépare :

$$\Delta z_{acc}(s) = \alpha_{acc} \cdot (z_{eq}(s) - z_{sl}(s)) \quad (1.5)$$

où $\Delta z_{acc}(s)$ est la variation d'altitude de la section d'abscisse curviligne s due à l'aggradation, α_{acc} un paramètre du modèle, $z_{eq}(s)$ et $z_{sl}(s)$ les altitudes du profil d'équilibre et de la surface libre à la section considérée.

Lorsque les profils actuel et d'équilibre sont confondus, seules la migration et la formation de barres de méandres ont lieu. Si ce n'est pas le cas, il peut y avoir globalement surrection (figure 1.5.a) ou subsidence (figure 1.5.b). Le chenal peut également présenter, à une même itération, des portions incisantes et d'autres aggradantes (figure 1.5.c).

Les incisions sont reproduites par simple enlèvement des dépôts antérieurs. Lors de l'aggradation, tout les processus de dépôts sont reproduits (figure 1.6). Ils ne sont pas modélisés physiquement comme la migration, basée sur un calcul de l'écoulement, mais simulés selon des lois empiriques ou des équations paramétrées. L'espace balayé lors

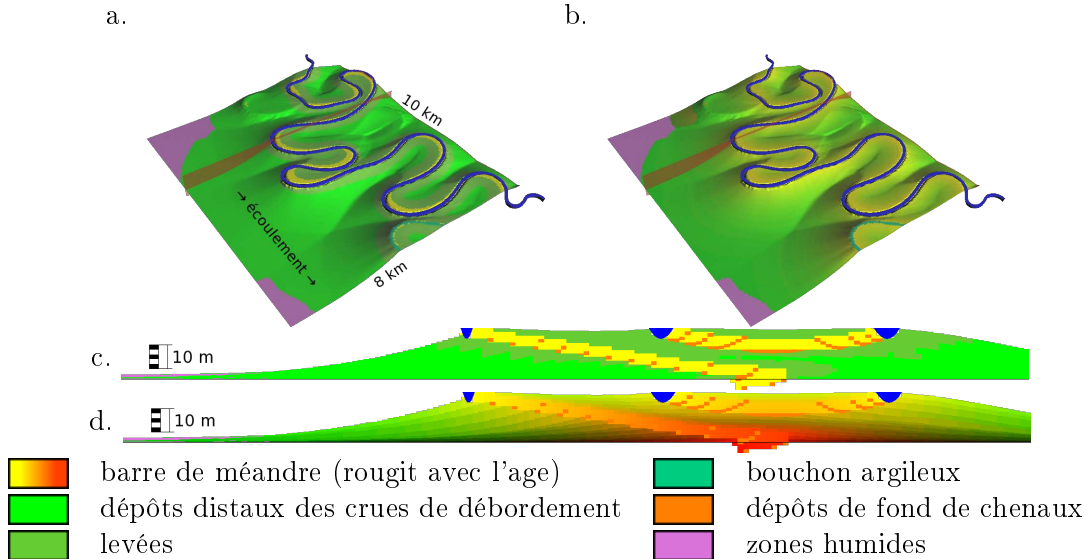


FIG 1.6 — Processus d'aggradation dans Flumy. Vues aériennes avec faciès (a) ou âge et granulométrie (b), et coupes avec faciès (c) ou âge et granulométrie (d). Coupes (c) et (d) matérialisées par un plan rouge sur (a) et (b) ; dimension verticale exagérée ; 7 000 itérations ; granulométrie des levées et des dépôts distaux représentée par un double gradient du jaune (barres de méandres) au vert (dépôts distaux) tendant vers le rouge avec l'âge.

de l'élévation du lit du chenal est comblé par un faciès représentant les dépôts grossiers de fond de chenaux (CL, pour l'anglais *channel lag*). Les levées et les dépôts de crue de débordement (respectivement, faciès OB et LV pour l'anglais *overbank* et *levee*) sont modélisés par un même dépôt dont la granulométrie décroît avec la distance au chenal. La différenciation entre les deux faciès lors de la visualisation se fait arbitrairement par un critère d'éloignement au chenal (par défaut cinq fois la largeur du chenal). Cette zonation d'un même corps est bien visible sur les vues en coupe de la figure 1.6.c et d. Pour un point de la plaine P_{pl} dont le plus proche point du chenal est P_{ch} , l'épaisseur e_{OBLV} et la granulométrie ϕ_{OBLV} de ce dépôt suivent des lois de décroissances exponentielles, obtenues à partir des équations de diffusion :

$$e_{OBLV} = z_{sl}(P_{ch}) - z(P_{pl}) + e_{stat} + \Delta z_{agg}(P_{ch}) \cdot e^{-\frac{d(P_{pl}, P_{ch})}{L_{ce}}} \quad (1.6)$$

$$\phi_{OBLV} = \phi_{PB} \cdot e^{-\frac{d(P_{pl}, P_{ch})}{L_{cg}}} \quad (1.7)$$

où e_{stat} est une épaisseur déposée indépendamment de la localisation, ϕ_{PB} est la granulométrie fixée pour les barres de méandres, et L_{ce} et L_{cg} sont les longueurs caractérisant les décroissances respectives de l'épaisseur et de la granulométrie des dépôts. L'épaisseur ainsi indiquée est une valeur maximale. Lors de sa mise en œuvre, le modèle garantit que les fractions surélevées de la topographie, épargnées par la crue de débordement, ne soient pas recouvertes.

Enfin, les zones humides occupent les parties de la topographie situées sous une altitude z_{nsf} attribuée à la nappe phréatique d'accompagnement. Cette altitude est déterminée de manière à ce que l'ensemble des zones humides représentent une fraction du domaine donnée en paramètre. L'écart entre la topographie et l'altitude de la nappe phréatique d'accompagnement est alors comblé progressivement par la production, à chaque itération, d'une épaisseur e_{WL} de matière organique (faciès WL, pour l'anglais *wetland*) selon une nouvelle loi de décroissance exponentielle :

$$e_{WL} = (z_{nsf} - z_P) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{t_{WL}}}\right) \quad (1.8)$$

où z_P représente l'altitude de la plaine au point considéré, Δt est la durée attribuée à une itération et t_{WL} est le temps caractéristique de la loi de décroissance exponentielle. Ces zones et ces dépôts sont représentés sur la figure 1.6.

Les différents processus d'accrétion verticale, ne déposant pas les sédiments uniformément et avec la même intensité, engendrent une topographie faiblement variée, visible sur les figures 1.6.a et b. L'épaisseur et la localisation des différents dépôts étant liées aux altitudes de la plaine, cette topographie opère un rétrocontrôle sur les processus sédimentaires.

1.2.3 Accidents sur le tracé

Des évènements ponctuels peuvent altérer le cours d'eau et sa plaine. Ils résultent de la destruction locale des levées. Lorsque l'une de ces digues atteint une hauteur importante, le cours d'eau peut en détruire une portion en ouvrant une *crevasse*, et reprendre sur la plaine immédiate le matériau qui la composait. Cet évènement est une *rupture de levée* (*levee brach* en anglais), il engendre un *lobe de crevasse* (*crevass splay* en anglais). Si la brèche est mineure, la levée se reforme progressivement. Dans le cas contraire, les débordements réguliers du chenal en cet endroit engendrent la formation de chenaux sur le lobe de crevasse, et le développement du lobe par ajout de lobes secondaires. Lorsque

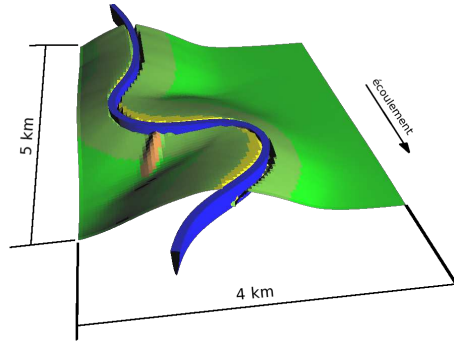
la crevasse est importante, le cours d'eau peut alors sortir de son lit et adopter, à partir de ce point, un autre tracé. Ce tracé peut éventuellement rejoindre le lit initial plus en aval, ou réoccuper un tracé abandonné lors d'une avulsion antérieure. Il peut aussi être entièrement nouveau. Cet événement catastrophique est nommé *avulsion*. Lorsqu'une partie seulement de l'écoulement est déviée dans le nouveau tracé, Le point d'avulsion devient une bifurcation à partir de laquelle le cours d'eau se scinde en deux bras. Il s'agit, dans ce cas, d'une *avulsion partielle*. Si le nouveau tracé détourne entièrement l'écoulement, on parle d'*avulsion totale*.

Ces événements sont représentés dans Flumy (figure 1.7), à l'exception de l'avulsion partielle. Leurs déclenchements ainsi que les transitions sont déterminés par le paramétrage. Ils peuvent être asservis à des fréquences données (de jamais à systématique) ou suivre une loi de probabilité. Les trois étapes se déroulent comme il suit :

1. lorsqu'une rupture de levée est décidée, elle n'est pas modélisée, mais reproduite de manière réaliste ; elle est déclenchée à un endroit où, simultanément, la levée est haute et l'écoulement contre la berge puissant ; un lobe de crevasse est alors généré à proximité (figure 1.7.a), en utilisant le faciès CSI (pour l'anglais *crevasse splay*, type I),
2. si la crevasse n'est pas comblée, des chenaux sont creusés sur le lobe principal, que des lobes secondaires prolongent (figure 1.7.b) ; le faciès utilisé est CSII (pour l'anglais *crevasse splay*, type II),
3. le dernier stade est l'avulsion, ici forcément totale (absence de modèle de bifurcation pour l'écoulement), au cours de laquelle un nouveau tracé est déterminé en suivant les points bas de la topographie, l'ancien tracé étant comblé par le faciès MP déjà utilisé pour les bouchons argileux (figure 1.7.c).

a. Rupture de levée

b. Avulsion locale



c. Lobes secondaires

d. Avulsion régionale

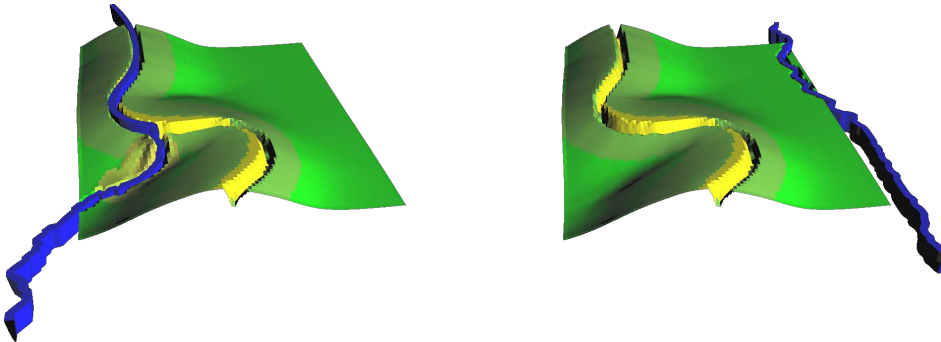


FIG 1.7 — Rupture de levée et avulsions dans Flumy. Évolution de la rupture d'une levée à l'intérieur du domaine, (a), (b) et (c), et exemple d'avulsion en amont du domaine d'étude (d). la dimension verticale est exagérée.

Si seules les avulsions à l'intérieur du domaine étudié sont considérées, la partie amont du cours d'eau montre une stabilité nettement plus grande que la partie aval. Pour rendre compte des avulsions pouvant se produire en amont du domaine d'étude, un autre évènement est créé, nommé *avulsion régionale*. Il n'existe que pour les besoins du modèle et correspond aux avulsions réussies en amont du domaine. Lors du déclenchement de cet évènement (à fréquence déterminée ou selon une loi de probabilité), un nouveau point d'entrée est tiré aléatoirement parmi les points les plus bas du bord d'entrée du domaine. Comme pour l'avulsion intra-domaine, qualifiée ici d'*avulsion locale* pour la différencier, le nouveau tracé suit les points bas jusqu'en aval et l'ancien tracé est comblé par le faciès MP (figure 1.7.d).

1.3 Intégration des données de terrain

Afin de contraindre le modèle aux observations, Flumy intègre un module de conditionnement. En considérant les données disponibles, les différents processus sont pondérés à deux échelles : localement, autour d'un point pour les données ponctuelles, ou sur l'ensemble de la plaine lorsque des informations sont disponibles pour un horizon complet.

1.3.1 Conditionnement ponctuel

Les données de forages, de carottage ou les levées de coupes permettent de définir une stratigraphie locale de dépôt. Il est alors possible de définir, en un point du domaine, une pile de dépôts connus utilisant les faciès associés aux différents processus. À chacun de ces faciès correspond, au moment de chaque dépôt, une proximité du chenal au point étudié. Classés à partir de la plus grande proximité, on trouve :

- les barres de méandre ainsi que les dépôts de fond de chenaux et les bouchons argileux, trahissant le passage du chenal au point considéré,
- les levées, révélant la proximité immédiate du cours d'eau,
- les lobes de crevasse, également proches du lit mais s'étendant plus loin que les levées,
- les dépôts de crue de débordement, témoignant au contraire de l'éloignement du chenal au moment du dépôt.

Le dernier faciès, lié aux zones humides, renseigne autant sur la topographie locale que sur la distance au chenal : il s'agit d'un point bas de la plaine puisque l'humidité y stagne, mais il doit également être à l'écart du cours d'eau pour ne pas être recouvert par les dépôts proximaux (levées, dépôts de crues de débordements).

Le modèle Flumy utilise ces données de puits pour influencer les différents processus selon les dépôts à réaliser au point considéré en fonction de l'altitude du chenal à chaque itération. Trois leviers sont exploités à cet effet :

- la pondération de la migration des points du chenal les plus proches du puits (soit une augmentation, soit une diminution),
- la modification temporaire et artificielle de la topographie (figure 1.8) lors de la réalisation de plusieurs processus, comme la détermination du tracé des avulsions ou répartition des zones humides,
- la modification de l'occurrence de certains évènements (interdiction des crues de débordement, élévation imposée du profil d'équilibre, ou déclenchement forcé de ruptures de levée et d'avulsions).

Le modèle est donc en mesure d'attirer le chenal vers un puits ou, au contraire, de le repousser. Différents protocoles sont utilisés, qui peuvent être regroupés selon trois

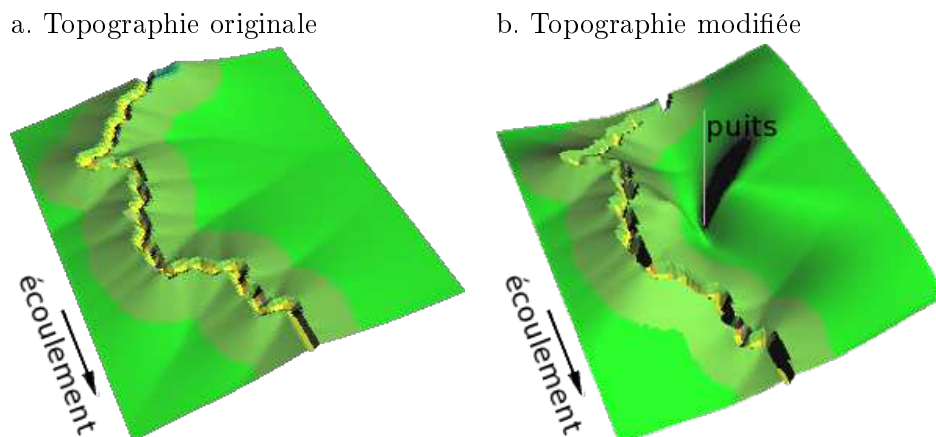


FIG 1.8 — Modification de la topographie. La présence de sable dans le puits, interprétée comme une barre de méandre, indique un passage du chenal en ce point. Lors du calcul de l'avulsion, la topographie des dépôts (a) est donc temporairement modifiée de manière à créer en ce point un abaissement (b) favorisant le passage du nouveau tracé.

catégories, la réalisation de dépôts distaux, proximaux et médians.

- Lorsque le puits présente, à l'altitude du plan de référence, un dépôt témoignant de l'éloignement du chenal (dépôts de crue de débordement et zones humides), le puits est répulsif. Le modèle garde le chenal à bonne distance en pondérant la migration des points les plus proches et en élevant artificiellement la topographie proche lors du calcul des tracés d'avulsion. Les deux dépôts engendrent ensuite des altérations opposées de la topographie :
 - les dépôts de crue de débordement causent une élévation locale lors de la répartition des zones humides, et un abaissement lors du calcul des épaisseurs des dépôts de crues,
 - au contraire, la présence dans le puits d'un dépôt de zone humide déclenche un abaissement local lors de la répartition de ces zones humides, et une élévation lors des crues pour éviter un recouvrement par les dépôts de crue de débordement.
- Les dépôts proximaux (barres de méandre, dépôts de fond de chenaux, bouchons argileux), exigeant un passage du chenal sur le point considéré, rendent le puits attractif. La migration est pondérée pour favoriser le rapprochement du chenal et la topographie est abaissée autour du point lors du calcul des tracés d'avulsion. Tant que le chenal n'est pas au point voulu, l'altitude du plan de référence est bloquée. Une fois le chenal en place, la procédure dépend du dépôt désiré :
 - pour obtenir une barre de méandre, le puits devient répulsif lors de la migration pour que le chenal s'en éloigne en laissant un dépôt sableux,
 - si un dépôt de fond de chenal doit être mis en place, l'aggradation est à nouveau autorisée et stimulée,
 - un bouchon argileux exige le déclenchement d'une avulsion totale en amont du puits (locale ou régionale).
- Les dépôts médians (levées et lobes de crevasse) ont une attitude mixte. Ils rendent initialement le puits attractif mais n'attendent pas le passage du chenal :
 - si la consigne est une levée, le puits devient répulsif une fois le dépôt effectué,
 - dans le cas d'un lobe de crevasse, une rupture de levée est forcée au point du chenal le plus proche et le puits devient répulsif.

De manière générale, l'aggradation est bloquée tant que les dépôts désirés aux différents puits n'ont pas été obtenus. Lorsque survient une configuration peu compatible avec une consigne, ce procédé rigide peut cependant engendrer des artefacts, comme des niveaux à

très forte dominante sableuse suite à la migration du chenal à une même altitude pendant de nombreuses itérations. Pour éviter cela, le modèle prévoit donc un critère de relâchement, autorisant la poursuite de l'aggradation même si une fraction des consignes n'a pas été vérifiée.

1.3.2 Conditionnement surfacique

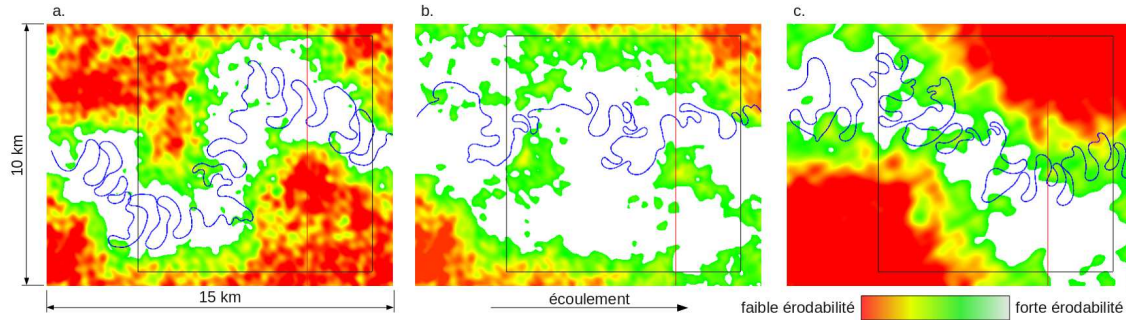


FIG 1.9 — Utilisation d'une carte d'érodabilité pour contenir le chenal dans une zone déterminée à des altitudes d'aggradation différentes. La migration, et donc le développement des méandres sont favorisés dans les zones blanches (forte érodabilité). En conséquence, ces zones se traduiront dans les dépôts par des proportions de sable plus importantes.

En plus du conditionnement ponctuel, le modèle offre la possibilité de contraindre globalement l'évolution du chenal. Ainsi, une carte d'érodabilité permettant de faire varier les valeurs du coefficient d'érodabilité peut être utilisée dans le calcul de la migration (équation 1.3). Cette carte est également susceptible d'être remplacée au cours de la simulation lorsque change l'altitude du chenal. Il s'agit donc d'un moyen de pondérer la migration du chenal en tout point pour ralentir ou favoriser sa migration. Les cartes d'érodabilité peuvent être utilisées à deux fins :

- pour rendre compte d'une réalité physique, telle qu'une marche inérodable résultant du jeu d'une faille et interdisant la migration du chenal sur une partie du domaine jusqu'à une certaine altitude, ou encore les limites d'une vallée à remplir,
- pour contenir le chenal dans une zone que l'on sait, par exemple par des études géophysiques, contenir les dépôts.

La figure 1.9 montre une carte d'érodabilité ainsi que le tracé du chenal à différentes itérations. On peut constater que le chenal reste effectivement confiné dans les zones à forte érodabilité. Les deux conditionnements, par puits et par carte d'érodabilité, peuvent être utilisés conjointement.

1.4 Paramétrage du modèle

Les paramètres du modèle sont modifiables au cours des simulations, à l'exception des dimensions de la grille de dépôt. Ils sont présentés dans le tableau 1.1 regroupés en plusieurs catégories. Les forages constituent la principale source de donnée pour le paramétrage, mais il est également possible de déterminer les caractéristiques du système par des données de tomographie [Rabelo 07].

En plus de ces paramètres, il est possible d'importer un tracé de chenal et, comme mentionné, des puits et des cartes d'érodabilité. De plus, il est possible d'importer des cartes d'altitudes pouvant servir de topographie initiale ou, à tout moment, réhausser

le terrain ou l'inciser. Ces reliefs importés peuvent aussi constituer un critère de fin de simulation (lorsqu'en tout point l'altitude de la plaine est supérieure à l'altitude importée).

Pour que la discrétisation des dépôts soit cohérente, les dimensions des cellules ne doivent pas excéder la moitié de largeur du chenal. Si la largeur du chenal doit varier au cours de la simulation, la taille critique pour la largeur des cellules est donc la moitié de la plus petite largeur de chenal utilisée. Les marges extérieures sur lesquelles est extrapolée la topographie minimise les effets de bords dans les différents processus.

La taille des méandres dépend d'une balance entre l'inertie, qui retarde la déformation du champ de vitesse aux irrégularités du tracé du cours d'eau, et les forces de frottement qui, au contraire, la favorisent. Toute augmentation de la profondeur du chenal et de la pente de la surface libre augmente l'inertie, donc la taille des méandres. À l'inverse, une augmentation du coefficient de frottement engendre une diminution de la taille des méandres.

La forme des dépôts repose également sur un antagonisme : celui de l'accrétion latérale contre l'accrétion verticale. Une forte érodabilité donne une migration rapide, pro-

nom	description
<i>Dimensions du domaine</i>	
NX	nombre de cellules composant le domaine dans le sens est-ouest ^a
NY	nombre de cellules composant le domaine dans le sens nord-sud ^a
DX	dimension des cellules composant le domaine dans le sens est-ouest ^a
DY	dimension des cellules composant le domaine dans le sens nord-sud ^a
M	dimension des marges autour du domaine sur lesquelles la topographie est extrapolée
<i>Caractéristiques du chenal</i>	
W	largeur du cours d'eau
H	profondeur du cours d'eau
L_{LV}	largeur des levées
C_f	coefficient de friction sur le fond du chenal
I	pente de la surface libre du chenal
<i>Caractéristiques de la plaine</i>	
E	coefficient d'érodabilité (en l'absence de carte d'érodabilité)
P_{WL}	fraction du domaine occupée par des zones humides
<i>Aggradation</i>	
f_{OBF}	fréquence ^b des crues
h_{OBF}	hauteur des dépôts ^b
d_{OBF}	distance caractéristique de décroissance des dépôts ^b
Z_{PE}	altitude initiale du profil d'équilibre
f_{PE}	fréquence ^b des variations de l'altitude du profil d'équilibre
ΔZ	variation, par itération, de l'altitude du profil d'équilibre ^b
<i>Ruptures de levée et avulsions</i>	
f_{SP1}	fréquence ^b des ruptures de levée
f_{SP2}	fréquence ^b de développement des lobes de crevasse
f_{AVL}	fréquence ^b de transition vers une avulsion locale (à l'intérieur du domaine)
f_{AVR}	fréquence ^b des avulsions régionales (en amont du domaine)

a. invariant au cours d'une séquence

b. ou loi de probabilité

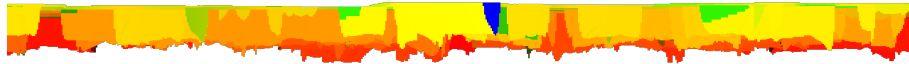
TABLE 1.1 – Résumé des paramètres du modèle Flumy

duisant de larges niveaux sableux (figure 1.10.a). Les paramètres déterminant l'aggradation favorisent quant-à eux la construction de structures verticales. (figure 1.10.b). Un critère permettant de différencier les deux tendances est le rapport sable/argile de dépôts. Plus ce rapport est grand, plus la migration est grande devant l'aggradation, et réciproquement.

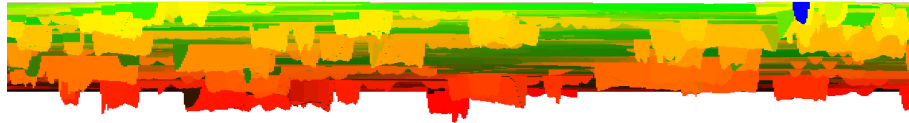
Enfin, la fréquence des avulsions détermine le fractionnement et la structure des corps sableux. Plus les avulsions sont rares, plus les corps sableux sont larges et développés (figure 1.11.a), et plus elles sont fréquentes, plus les corps sableux adoptent une forme rubannée (figure 1.11.b).

Afin de faciliter la prise en main du modèle, la distribution logiciel comprend un préprocesseur. D'une part, il propose divers paramétrages standards renseignant automatiquement les valeurs des paramètres en fonction des formes de corps sableux désirées selon plusieurs critères : l'échelle des corps sableux, guidant le dimensionnement du système ; la structure globale (corps sableux en rubans ou en feuille), permettant d'ajuster la fréquence des avulsions par rapport à la vitesse de migration ; le rapport sable/argile, déterminant l'intensité des processus d'aggradation relativement à la vitesse de migration.

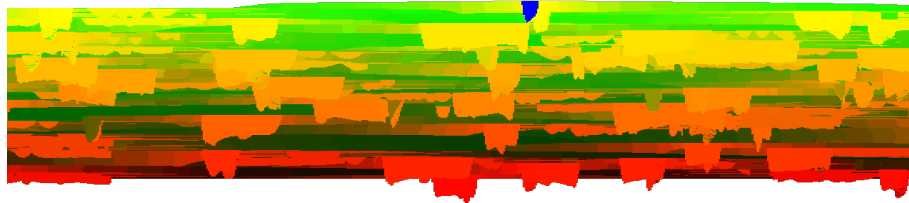
a. Aggradation nulle



b. Aggradation moyenne



c. Forte aggradation



d. Forte aggradation et avulsions fréquentes

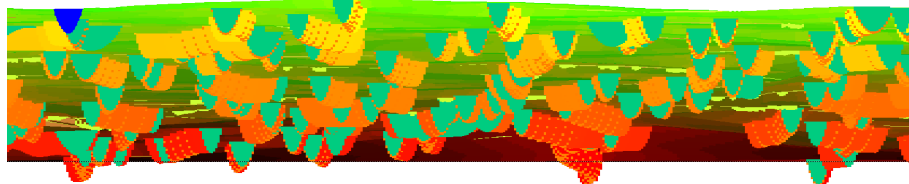


FIG 1.10 — Illustration de la balance migration/aggradation. Une migration forte et une aggradation faible engendrent des dépôts sableux sur un même niveau (a) ; une augmentation de l'aggradation moyenne donne des niveaux sableux à différents niveaux, mais connectés (b) ; si l'aggradation devient très forte, les connexions entre les corps sableux diminuent (c) ; des avulsions fréquentes réduisent et fragmentent les corps sableux (d). L'échelle verticale est exagérée. Affichage des comblement fins sur la dernière vignette uniquement. (tiré de [Lopez 03])

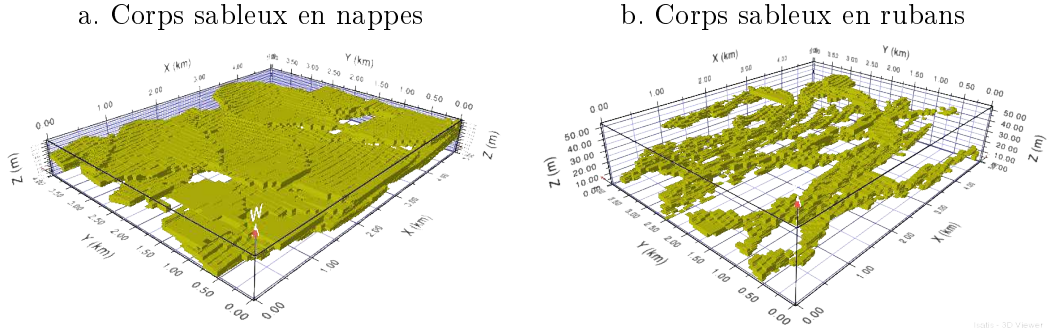


FIG 1.11 — Influence de la fréquence des avulsions. Seuls les dépôts de migration sont représentés. Les corps sableux obtenus s'organisent en feuilles lorsque les avulsions sont rares (a), ils forment des rubans lorsqu'elles sont fréquentes (b).

1.5 Perspectives

Les développements en cours devraient permettre plusieurs améliorations du modèle. À court terme, un découpage de simulation en séquences de différents paramétrages sera proposé dès l'import de puits de conditionnement interprétés sous forme de faciès. Un préprocesseur permettant d'extraire automatiquement une semblable interprétation à partir de log en granulométrie est ensuite envisagé.

La migration est également considérée. La prise en compte d'une pente variable dans le calcul de l'écoulement, qui fait l'objet de cette thèse, vise à obtenir des conditions d'écoulement variées sur le domaine et liées à la topographie. Une érodabilité différentielle, évolutive et paramétrable des dépôts devrait permettre une évolution plus naturelle, en rendant compte de la variété des matériaux et de la consolidation des dépôts.

À plus long terme, des modèles simples de bifurcations et de confluences permettront la gestion de chenaux multiples. L'adjonction d'un transport monodimensionnel de plusieurs classes de sédiments doit consolider le modèle de lit mobile découplé nécessaire à la valorisation du calcul d'écoulement à pente locale. Il doit également permettre une gestion plus fine de la cicatrization des crevasses résultant des ruptures de levées ou de leur dégénérescence en avulsions. Cette meilleure gestion des conséquences des ruptures de levée ouvre également la porte aux avulsions partielles qui, avec la gestion des chenaux multiples, étendrait le modèle aux environnements multibranches, voire deltaïques.

Chapitre 2

Modélisation de la migration des méandres

Parmi les motivations conduisant à la modélisation d'environnements fluviaux, on peut citer :

- l'ingénierie et l'aménagement,
- les études environnementales,
- les études naturalistes,
- la sédimentologie.

L'ingénierie et l'aménagement s'intéressent par exemple à la prévention des crues, à l'érosion des berges pouvant mettre en péril les ouvrages d'art ou aux dépôts de sédiments pouvant entraver la navigation. Dans les études environnementales, on trouve la détermination des niveaux d'eau pour préserver les écosystèmes, ou encore la dispersion des polluants. Les intérêts naturalistes sont la compréhension des systèmes naturels, anciens ou contemporains. Dans le cas des fleuves méandriformes, il peut s'agir du processus de méandrage lui-même ou de la formation des dépôts qui en découle. La sédimentologie est un intérêt naturaliste particulier qui s'intéresse aux structures formées par les dépôts successifs à très long terme.

Dans son introduction de *Use of models for river problems*, [Vries 93] présente la modélisation comme le moyen détourné d'obtenir une réponse concrète à un problème réel lorsque celle-ci ne peut être obtenue de manière directe, et reconnaît trois étapes dans le procédé, que l'on peut retranscrire ainsi :

- La *schématisation* est la sélection des phénomènes physiques pertinents, et donc à reproduire. C'est une réduction de la réalité à un problème plus simple.
- L'*ingénierie* extrait de cette formulation simplifiée une réponse également simplifiée. C'est la phase de constitution et d'utilisation du modèle.
- L'*interprétation*, enfin, est l'analyse de cette réponse simplifiée pour déterminer une réponse applicable.

Un modèle peut être de deux types.

- Les modèles *analogiques* font appel à des *maquettes* ou *modèles réduits*. Ce sont des reproductions matérielles simplifiées et réduites du problème réel. Afin de reproduire au mieux la réalité malgré les sauts d'échelle, le dimensionnement des modèles réduits doit respecter les contraintes posées par la *théorie des maquettes*. Il s'agit d'une démarche expérimentale.
- Les modèles *numériques* simulent quant-à eux les phénomènes physiques sélectionnés en passant par une discrétisation du problème, dans l'espace et dans le temps.

La modélisation de méandres par maquettes a commencé tôt. On peut citer celle de [Schumm 72] pour les premières et, plus récemment, celles de [Braudrick 09], [Tal 07] (cité de [Howard 09]), très abouties, ayant permis de reproduire des méandres jusqu'au recoupement. La mise en œuvre d'une maquette est cependant complexe et longue, et ne peut être étendue à de longues périodes de temps.

Les approches en modélisation numérique sont très variées. Tout d'abord les modèles 2D, assez calculatoires et surtout dédiés à l'écoulement seul ou à la sédimentation à court terme, pour l'ingénierie et l'aménagement, se rapprochent de plus en plus de la sédimentologie du fait des progrès informatiques [Begnudelli 10]. Les modèles pseudo-2D, moins coûteux en calcul que les modèles 2D, discrétisent les écoulements dans une seule dimension, leur longueur, mais capturent de manière simplifiée leur structure transversale. Ils ont été utilisés d'abord dans un cadre naturaliste pour étudier l'initiation des méandres ou obtenir une description simplifiée de l'écoulement ([Ikeda 81], [Johannesson 89b], [Johannesson 89a], [Zolezzi 01], [Seminara 01]), puis pour la sédimentation à long terme des plaines alluviales [Howard 92], [Howard 96], [Sun 96], [Meakin 96]. C'est aux modèles pseudo-2D que s'intéresse ce travail.

Après avoir rappelé la manière dont sont obtenues les équations de base de la mécanique des fluides, les modèles utilisés pour le calcul de la migration des cours d'eau méandriques sont présentés. Une section est ensuite dédiée à quelques points importants sur la complexité des écoulements en chenaux courbes. Elle est suivie de la représentation de la migration et des dépôts dans les modèles pseudo-2D. En conclusion sont présentées quelques études importantes ayant permis de définir le domaine de validité de ces modèles pseudo-2D.

2.1 Rappels de mécanique des fluides

Cette partie montre comment, à partir d'un principe de transport conservatif, sont obtenues les équations décrivant localement un écoulement. Dans un second temps, ces équations locales sont intégrées sur la verticale afin d'obtenir des modèles de complexité réduite.

2.1.1 Description locale d'un écoulement

L'écoulement est considéré comme un milieu fluide continu. Dans ce milieu, le transport d'une grandeur quelconque θ par le champ de vitesse $\vec{\mathbf{u}}$ est décrit localement par l'équation 2.1.

$$\frac{d\theta}{dt} = S_{(\theta)} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} + \text{div} (\vec{\mathbf{u}} \otimes \theta) = S_{(\theta)} \quad (2.1)$$

La notation d/dt représente la dérivée totale au temps ou dérivée particulière ou lagrangienne. Elle s'obtient en considérant une particule fluide dans son mouvement. Elle s'oppose à la notation $\partial/\partial t$, appelée dérivée partielle au temps, ou encore dérivée eulérienne, obtenue en considérant un point fixe dans l'espace. La première forme de cette équation est donc une approche *lagrangienne*, qui décrit l'écoulement en suivant les particules fluides. La seconde forme est *eulérienne*, elle considère l'écoulement à une position fixée dans l'espace. Elle s'oppose à l'approche dite *lagrangienne*, qui décrit l'écoulement en suivant les particules fluides. Dans cette seconde forme le terme $\partial\theta/\partial t$ est la variation temporelle de la grandeur au point observé. Le terme $\text{div} (\vec{\mathbf{u}} \otimes \theta)$ représente la variation de la grandeur que l'écoulement apporte au point que l'on observe. Il est nommé *terme d'advection*. Le

membre de droite $S_{(\theta)}$ représente les *termes sources* de la grandeur transportée. Il regroupe les véritables *sources* (lorsqu'un terme source est positif, il augmente la grandeur), ainsi que leurs opposés, les *puits* (si un terme source est négatif, la grandeur diminue). Si la somme des termes sources est nulle, la grandeur est intégralement conservée. Enfin, l'opérateur \otimes représente le produit tensoriel.

Pour obtenir les lois régissant un écoulement, on applique cette équation de transport aux grandeurs qui le décrivent. Il s'agit de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Les équations obtenues sont la conservation de la masse, ou équation de continuité (équation 2.2), la conservation de la quantité de mouvement (équations 2.3) et la conservation de l'énergie (équations 2.4).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho \cdot \vec{u}) = S_{(\rho)} \quad (\text{loi de continuité}) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho \cdot \vec{u}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{div}} (\rho \cdot \vec{u} \otimes \vec{u}) = \vec{S}_{(\rho u)} \quad (\text{conservation de la quantité de mouvement}) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \rho \cdot e}{\partial t} + \text{div} (\rho \cdot e \cdot \vec{u}) = S_{(\rho \cdot e)} \quad (\text{conservation de l'énergie}) \quad (2.4)$$

où ρ représente la masse volumique et e l'énergie totale par unité de masse. Sur le même principe, d'autres équations peuvent être obtenues, comme le transport d'une concentration, qui permet d'étudier la dispersion d'un polluant.

Lorsque le fluide considéré est de l'eau, on néglige le plus souvent sa compressibilité. Dans ce cas, ρ est constant et l'écoulement est décrit, en coordonnées cartésiennes orthonormées, par le système 2.5.

$$\begin{cases} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \cdot S_{(\rho)} \\ \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u_x^2 + \frac{\partial}{\partial y} (u_x \cdot u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (u_x \cdot u_z) = \frac{1}{\rho} \cdot S_{(\rho u)_x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_y \cdot u_x) + \frac{\partial}{\partial y} u_y^2 + \frac{\partial}{\partial z} (u_y \cdot u_z) = \frac{1}{\rho} \cdot S_{(\rho u)_y} \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_z \cdot u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (u_z \cdot u_y) + \frac{\partial}{\partial z} u_z^2 = \frac{1}{\rho} \cdot S_{(\rho u)_z} \end{cases} \quad (2.5)$$

avec ν la viscosité dynamique et p la pression. La première équation est la loi de continuité, les trois suivantes sont les projections sur chaque dimension de l'équation vectorielle de conservation de la quantité de mouvement. Les termes sources sont nuls pour la masse, et comprennent le plus souvent le gradient de pression (terme moteur) et les frottements visqueux (dissipation) dans la conservation de la quantité de mouvement (équations 2.6).

$$S_{\rho} = 0 \quad ; \quad \vec{S}_{\rho \cdot \vec{u}} = \nu \cdot \overrightarrow{\text{div}} (\underline{\underline{\text{grad } \vec{u}}}) - \overrightarrow{\text{grad}} p + \rho \cdot g + \rho \cdot \vec{f}_{vol} \quad (2.6)$$

avec \vec{f}_{vol} les forces de volume autres que les forces de pression et la pesanteur. Sous cette forme, le système constitue les équations de Navier-Stokes pour un fluide newtonien incompressible. À cette échelle (description *locale*) on ne parle pas encore de frottements aux limites du domaine fluide (fond, berges, surface libre). D'autres termes sources peuvent être inclus, comme la pseudo-force de Coriolis, (force inertielle fictive résultant de la rotation de la Terre, devant être prise en compte à grande échelle ou à grande vitesse).

2.1.2 Description des écoulements à surface libre

Pour décrire les écoulements à surface libre, il est rare d'exploiter directement les équations locales tridimensionnelles. Si les dimensions horizontales de l'écoulement sont

grandes devant sa hauteur h , on préfère généralement intégrer ou moyenner verticalement ces équations. On introduit dans ce cas les composantes moyennes de la vitesse $\overline{u_i}$, et les perturbations associées u'_i (équations 2.7).

$$\overline{u_i} = \frac{1}{h} \cdot \int_{z_f}^{z_{sl}} u_i \cdot dz \quad ; \quad u'_i = u_i - \overline{u_i} \quad (\forall i = x, y) \quad (2.7)$$

Les frottements sur la base de l'écoulement sont répartis sur une colonne d'eau de hauteur h et introduits sous la forme d'une force de volume $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{fr}}$. En considérant une pression hydrostatique, les termes sources de la quantité de mouvement exprimés dans 2.6, deviennent :

$$\vec{\mathbf{S}}_{\rho, \vec{\mathbf{u}}} = -\overrightarrow{\mathbf{grad}} (\rho \cdot g \cdot (z_{sl} - z)) + \rho \cdot \vec{\mathbf{g}} + \rho \cdot \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{fr}} \quad (2.8)$$

Le système 2.5 peut maintenant être intégré verticalement, et on obtient le nouveau système 2.9.

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (h \cdot \overline{u_x})}{\partial x} + \frac{\partial (h \cdot \overline{u_y})}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial (h \cdot \overline{u_x})}{\partial t} + \frac{\partial (h \cdot \overline{u_x^2} + D_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (h \cdot \overline{u_x} \cdot \overline{u_y} + D_{xy})}{\partial y} = -g \cdot h \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial x} + \frac{h}{\rho} \cdot F_{frx} \\ \frac{\partial (h \cdot \overline{u_y})}{\partial t} + \frac{\partial (h \cdot \overline{u_y} \cdot \overline{u_x} + D_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial (h \cdot \overline{u_y^2} + D_{yy})}{\partial y} = -g \cdot h \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial y} + \frac{h}{\rho} \cdot F_{fry} \end{cases} \quad (2.9)$$

La composante verticale de la vitesse est supposée faible, et la troisième projection de la conservation de la quantité de mouvement n'est pas retenue. Ce sont les équations de Saint Venant en deux dimensions, aussi appelées équations *en eaux peu profondes*. Les termes D_{ij} désignent l'intégration verticale des produits de perturbation $u'_i \cdot u'_j$ et sont appelés *termes de dispersion* :

$$D_{xx} = \int_{z_F}^{z_{SL}} u_x'^2 \cdot dz \quad ; \quad D_{xy} = D_{yx} = \int_{z_F}^{z_{SL}} u'_x \cdot u'_y \cdot dz \quad ; \quad D_{yy} = \int_{z_F}^{z_{SL}} u_y'^2 \cdot dz \quad (2.10)$$

Les produits de perturbations ne sont pas intégrables en l'état et leur traitement est un enjeu important des modèles en eaux peu profondes. Si le problème est monodimensionnel (écoulement semblable sur la seconde dimension horizontale), le système 2.9 peut encore être simplifié et donne le système 2.11.

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (h \cdot \overline{u_y}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (h \cdot \overline{u_x}) + \frac{\partial}{\partial x} (h \cdot \overline{u_x^2} + D_{xx}) = -g \cdot h \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial x} + h \cdot F_{frx} \end{cases} \quad (2.11)$$

Les détails du passage des équations de Navier-Stokes aux équations de Saint-Venant, en une et deux dimensions, est détaillé dans [Hervouet 91]. Ces équations sont exploitées par de nombreux modèles d'écoulement bidimensionnels (voir [Abad 08] pour une application dans un cours d'eau courbe).

2.2 Adaptation de l'hydraulique pour décrire la migration des méandres

Historiquement, le premier modèle d'écoulement pseudo-2D pour le calcul de la migration des systèmes méandriformes est attribué à Ikeda, Parker et Sawai [Ikeda 81]. (il fut cependant principalement décrit dans [Hasegawa 78], selon [Johannesson 89b]). Leur

but n'était alors pas de modéliser la migration à long terme, mais de montrer que l'apparition des méandres résulte d'une résonance entre l'écoulement et les barres latérales. Ce modèle fut ensuite étendu à l'étude de la migration à long terme par divers auteurs ([Meakin 96], [Sun 96], . Il fut également modifié plusieurs fois, notamment par Johannesson et Parker ([Johannesson 89b], [Johannesson 89a]) qui, entre autres apports, corrigèrent la formulation curviligne des équations de départ.

Le principe sur lequel reposent ces modèles est simple. La migration résulte de l'érosion de l'une des berges et d'un dépôt sur la berge en vis-à-vis. En considérant que l'érosion résulte d'une augmentation de vitesse induite par la courbure à proximité de la berge concernée, et que le dépôt est dû au contraire à une diminution de vitesse, on relie la migration à une asymétrie transversale du champ de vitesse (la figure 2.1 illustre ces asymétries dans les courbes d'un chenal vu en plan). La migration \vec{m} calculée par ces modèles est donc proportionnelle à $U'_b = U'|_{n=b}$, la perturbation de vitesse à l'une des berges (augmentation ou diminution). Elle s'effectue suivant la normale \vec{N} à la ligne médiane :

$$\vec{m} = \Delta t \cdot E \cdot U'_b \cdot \vec{N} \quad (2.12)$$

avec E le coefficient de proportionnalité, nommé érodabilité, et Δt la durée de la migration. Calculer une migration à chaque section du chenal revient donc à obtenir les perturbations de vitesse induites par la courbure à l'une des berges. pour cela, des modèles d'écoulements simplifiés sont créés en considérant des profils transversaux simplifiés (généralement

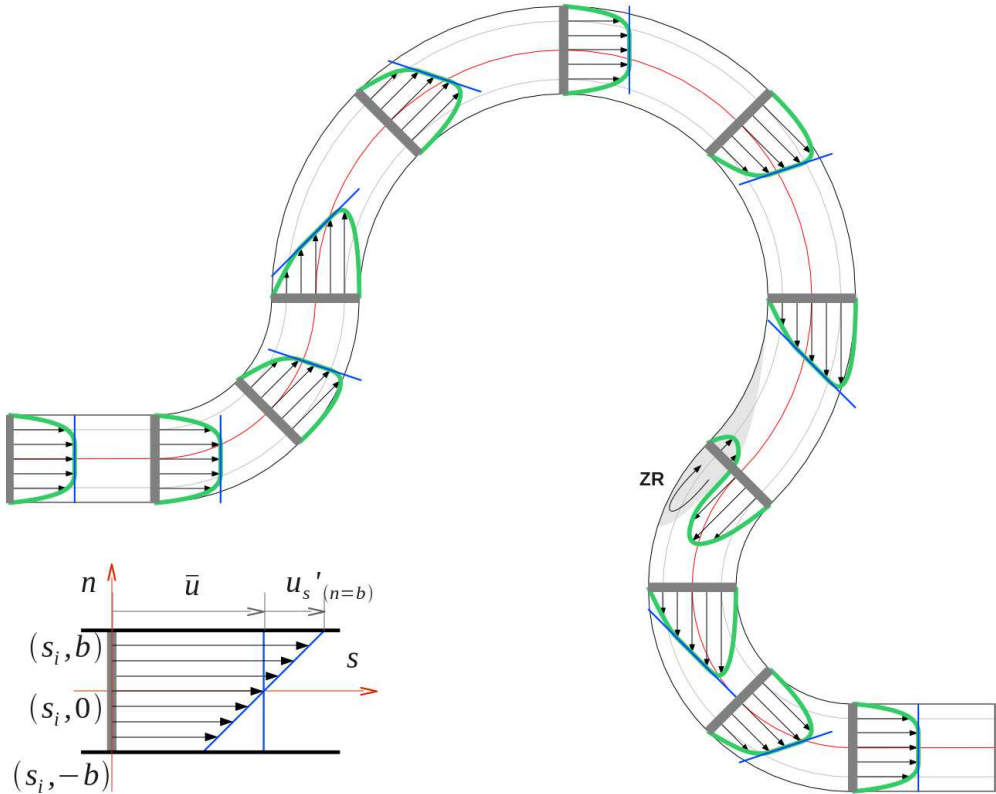


FIG 2.1 — Champs de vitesse dans les sections normales d'un chenal courbe vu en plan. **En rouge** la ligne médiane, **en vert** les profils de vitesses transversaux réalistes, **en bleu** les profils de vitesses transversaux linéaires, la **zone grise** (ZR) est une cellule de recirculation (inversion locale de la composante longitudinale de la vitesse). La vignette présente un profil linéarisé sur lequel sont figurés la vitesse longitudinale moyenne \bar{u} et la perturbation de vitesse contre la berge gauche $u'_{s=n=b}$.

linéaires) pour la vitesse longitudinale. La figure 2.1 présente des profils transversaux réalistes et linéaires (utilisés dans de nombreux modèles) dans un chenal courbe.

2.2.1 Hydraulique en coordonnées curvilignes

La rivière à modéliser est représentée par une courbe, la ligne médiane de sa surface, à égale distance de chaque berge. On repère un point dans l'écoulement par trois paramètres (figure 2.2) :

- l'abscisse curviligne s de la section normale à laquelle il appartient sur la ligne médiane,
- sa position horizontale n dans sa section normale, l'origine étant la position de la ligne médiane,
- sa position verticale z dans sa section normale par rapport à un plan horizontal de référence.

Ce système n'étant pas une base cartésienne orthonormée, les équations locales de l'écoulement (2.2 et 2.3) prennent une forme différente du système 2.5. Leur obtention dans ce système de coordonnées nécessite l'utilisation du calcul tensoriel en coordonnées curvilignes, dont l'essentiel peut être trouvé dans [Denis-Papin 53]. On aboutit au système 2.13.

$$\begin{cases} \frac{1}{1-\kappa \cdot n} \cdot \frac{\partial u_s}{\partial s} + \frac{\partial u_n}{\partial n} - \frac{\kappa}{1-\kappa \cdot n} \cdot u_n = 0 \\ \frac{1}{1-\kappa \cdot n} \cdot \frac{\partial}{\partial s} (u_s^2) + \frac{\partial}{\partial n} (u_s \cdot u_n) + \frac{\partial}{\partial z} (u_s \cdot u_z) - \frac{2 \cdot \kappa \cdot u_s \cdot u_n}{1-\kappa \cdot n} = \frac{1-\kappa \cdot n}{\rho} \cdot S_{(\rho u)s} \\ \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial s} (u_s \cdot u_n) + \frac{\partial}{\partial n} (u_n^2) + \frac{\partial}{\partial z} (u_n \cdot u_z) + \frac{\kappa}{1-\kappa \cdot n} \cdot (u_s^2 - u_n^2) = \frac{1}{\rho} \cdot S_{(\rho u)n} \end{cases} \quad (2.13)$$

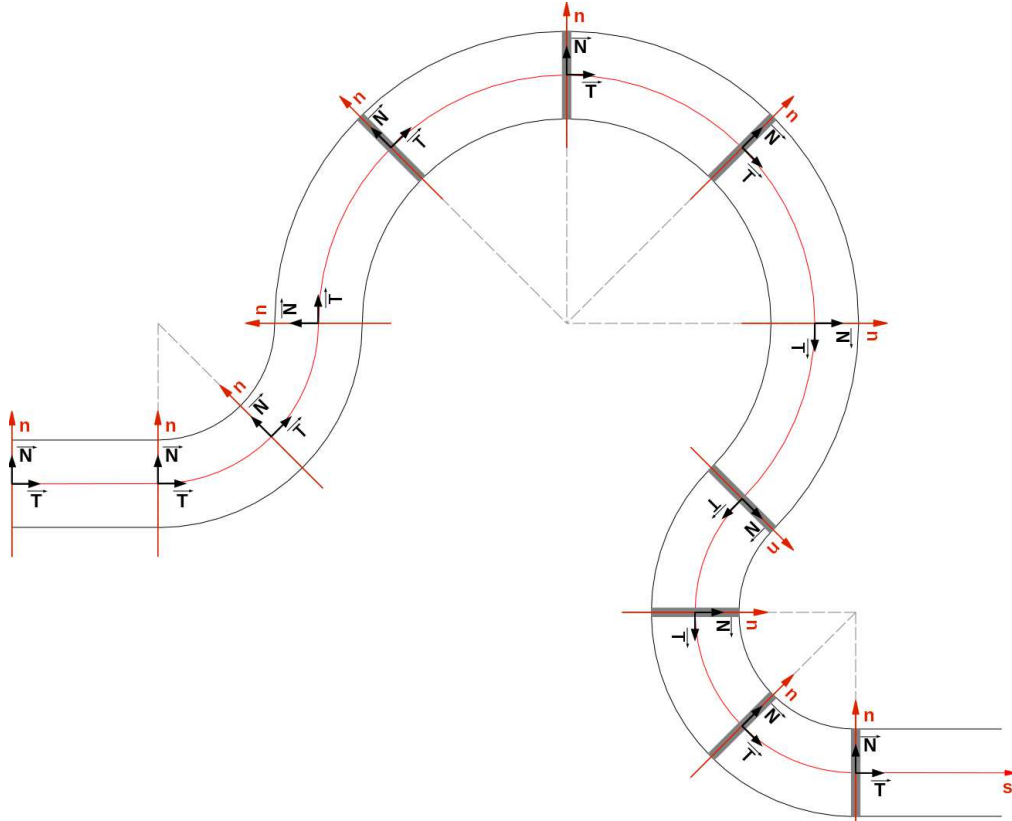


FIG. 2.2 – Chenal vu en plan et paramétrage curviligne. \vec{T} vecteur tangent, \vec{N} vecteur normal. L'axe de l'abscisse curviligne s (ligne médiane) coupe les axes des positions transversales n à $n = 0$.

avec κ la courbure de la ligne médiane, u_s , u_n et u_z les composantes longitudinale, transversale et verticale de la vitesse. À une convention de signe près, il s'agit des équations de départ de [Johannesson 89a] et [Johannesson 89b]. De la même manière que dans le cas cartésien, ces équations sont intégrées sur la verticale pour donner le système 2.14.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{1-\kappa \cdot n} \cdot \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s}) + \frac{\partial}{\partial n} (h \cdot \overline{u_n}) - h \cdot \frac{\kappa}{1-\kappa \cdot n} \cdot \overline{u_n} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (h \cdot \overline{u_s}) + \frac{1}{1-\kappa \cdot n} \cdot \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s^2} + D_{ss}) + \frac{\partial}{\partial n} (h \cdot \overline{u_s} \cdot \overline{u_n} + D_{sn}) \\ \quad - \frac{2 \cdot \kappa}{1-\kappa \cdot n} \cdot (h \cdot \overline{u_s} \cdot \overline{u_n} + D_{sn}) = \frac{1-\kappa \cdot n}{\rho} \cdot S_{(\rho u)s} \\ \frac{\partial}{\partial t} (h \cdot \overline{u_n}) + \frac{1}{1-\kappa \cdot n} \cdot \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s} \cdot \overline{u_n} + D_{ns}) + \frac{\partial}{\partial n} (h \cdot \overline{u_n^2} + D_{nn}) \\ \quad + \frac{\kappa}{1-\kappa \cdot n} \cdot (h \cdot (\overline{u_s^2} - \overline{u_n^2}) + D_{ss} - D_{nn}) = \frac{1}{\rho} \cdot S_{(\rho u)n} \end{array} \right. \quad (2.14)$$

Pour retrouver la formulation cartésienne 2.9, il suffit d'annuler la courbure κ .

Développement jusqu'au premier ordre

Cette démarche est l'approche par perturbations utilisée par [Ikeda 81], permettant d'établir le modèle historique utilisé dans Flumy est présenté dans le chapitre précédent (équations 1.1 et 1.2). De manière similaire aux composantes horizontales de la vitesse lors de l'intégration verticale, les différentes inconnues sont décomposées en une valeur moyenne pour tout le chenal et une perturbation locale à cette moyenne, supposée faible (expressions 2.15).

$$z_f = 0 + z'_f \quad ; \quad h = H + h' \quad ; \quad \overline{u_s} = U + U' \quad ; \quad \overline{u_n} = 0 + V' \quad (2.15)$$

Les décompositions 2.15 sont introduites dans les équations 2.14 après adimensionnement. Le résultat est un système d'équation dont les termes contiennent soit exclusivement des moyennes des variables (ordre zéro : H , U , $H \cdot U \dots$), soit des combinaisons linéaires des perturbations (ordre un : h' , $U' \dots$), soit des combinaisons d'ordre supérieur des perturbations (ordre deux : h'^2 , U'^2 , $h' \cdot U' \dots$). En évinçant les termes d'ordre un et supérieurs (perturbations des variables négligées devant les moyennes), on obtient une description moyenne de l'écoulement. L'équation 2.16 permet de calculer pour chaque section de chenal une vitesse moyenne, assimilée à la moyenne sur l'ensemble du chenal. L'équation 2.17 donne alors la hauteur d'eau moyenne dans la section, également constante sur l'ensemble du chenal, en considérant la conservation du débit.

$$U = U_r = \sqrt[3]{\frac{g \cdot I_r \cdot Q}{2 \cdot B \cdot C_f}} \quad (2.16)$$

$$H = H_r = \frac{Q}{2 \cdot B \cdot U_r} \quad (2.17)$$

On ne conserve maintenant que les termes d'ordre un. Les carrés des perturbations des variables sont négligés devant les moyennes et les perturbations, et les termes d'ordre zéro s'annule par les équations 2.16 et 2.17). Par combinaison, on obtient l'équation différentielle 2.18 qui permet d'accéder à U'_b la perturbation de vitesse à la berge gauche.

$$\frac{\partial U'_b}{\partial s} + 2 \cdot \frac{C_f}{H} \cdot U'_b = B \cdot U \cdot \left(\frac{\partial \kappa}{\partial s} - \kappa \cdot \frac{C_f}{H} \cdot \left(\frac{U^2}{g \cdot H} + A_{aff} + A_{sec} - 1 \right) \right) \quad (2.18)$$

Le coefficient A_{sec} représente l'influence d'un phénomène particulier : les courants secondaires. La méthode décrite ici ne permet pas de prendre en compte ce phénomène, car l'intégration verticale moyenne les annule. Cependant, [Johannesson 89b] ont développé un modèle plus complexe permettant de les préserver. Ils ont montré que, dans la plupart des cours d'eau naturels, ce modèle plus complexe peut se ramener à la présente formulation. Le modèle pionnier publié dans [Ikeda 81] n'en diffère que par deux points :

- le terme -1 , dû à une correction de la formulation curviligne de départ,
- le coefficient A_{sec} , qui transcrit l'influence des courants secondaires.

Les courants secondaires ainsi que le coefficient A_{sec} sont présentés plus en détail dans une section dédiée.

Discrétisation

L'équation différentielle 2.18 doit être intégrée pour fournir la perturbation de vitesse à la berge. Elle admet une solution analytique [Parker 86], mais la méthode présentée ici est une intégration numérique. Elle a été amplement utilisée dans des travaux antérieurs (notamment par [Ikeda 81], [Sun 96]).

Les dérivées de la perturbation de vitesse et de la courbure sont estimées par un schéma de différences finies décentré amont. Cela signifie qu'elles sont calculées à un point d'indice $i + 1$ en utilisant les variations de la perturbation (respectivement de la courbure) entre le point amont d'indice i et le point considéré, réparties sur la distance entre ces deux points Δs_{i+1} :

$$\left(\frac{\partial U'_b}{\partial s} \right)_{i+1} = \frac{U'_{bi+1} - U'_{bi}}{\Delta s_{i+1}} \quad ; \quad \left(\frac{\partial \kappa}{\partial s} \right)_{i+1} = \frac{\kappa_{i+1} - \kappa_i}{\Delta s_{i+1}} \quad (2.19)$$

Ce qui, introduit dans l'équation différentielle 2.18, conduit à la relation suivante :

$$U'_{bi+1} = U'_{bi} \cdot \left(1 - 2 \cdot \Delta s_i \cdot \frac{C_f}{H} \right) + \kappa_{i+1} \cdot B \cdot U - \kappa_i \cdot B \cdot U \cdot \left(1 + \Delta s_i \cdot \frac{C_f}{H} \cdot \left(\frac{U^2}{g \cdot H} + A_{sec} + A_{aff} - 1 \right) \right) \quad (2.20)$$

On peut alors, à partir d'une valeur de perturbation au point d'entrée, calculer de proche en proche vers l'aval la perturbation de vitesse dans chaque section.

2.2.2 Déroulement d'une itération

Le déroulement d'une itération d'un modèle de migration à long terme se fait en plusieurs étapes :

1. calcul de la géométrie de la ligne médiane (abscisse curviligne, courbure, normale et tangente),
2. calcul de l'écoulement moyen (vitesse par 2.16 et hauteur d'eau par 2.17),
3. calcul de la perturbation de vitesse (par 2.20),
4. déplacement de chaque points de la ligne médiane (2.12),
5. détection et traitement des possibles recoupements de méandre,
6. éventuellement, processus autres que la migration (avulsions, aggradation, incision...)

2.2.3 Variations dans le calcul de l'écoulement

De nombreuses études ont amélioré et étendu le calcul de l'écoulement dans des méandres. Parmi les améliorations on peut citer les travaux de Johannesson et Parker, qui en plus des corrections, permirent d'introduire l'influence des courants secondaires par le coefficient du même nom présenté plus haut ([Johannesson 89b], [Johannesson 89a]). On doit aussi mentionner ceux de Blondeaux et Seminara [Blondeaux 85], qui ont mis en évidence un phénomène de résonance dans le méandrage pouvant conduire à une influence dominante de la courbure aval, à l'opposé du cas général, ainsi que les travaux de Zolezzi et Seminara ([Seminara 01], [Zolezzi 01]) qui ont choisi de ne pas linéariser les équations de l'écoulement mais de les développer jusqu'à l'ordre 4, obtenant ainsi une réponse plus riche de l'écoulement à la courbure. Plusieurs travaux ont également introduit un transport sédimentaire mono ou multiclassés au modèle historique, qui n'en comprenait pas ([Meakin 96], [Sun 01b]). D'autres auteurs ont choisi de se pencher sur l'influence des variations locales de la géométrie : [Sun 01a] et [Lopez 03] s'intéressent ainsi, avec des méthodes différentes, à l'influence de la pente locale de la surface libre. Les variations de largeur ont été prises en compte par [Chen 06] [Luchi 11]. Il faut aussi préciser que les modèles centrés sur l'écoulement ne sont plus les seuls à reproduire le méandrage. Les automates cellulaires, par le passé plus orientés vers des modèles d'érosion de massif ou de système en tresse ou évoluant par avulsions [Jerolmack 07b], commencent à être appliqués aux systèmes méandriformes [Coulthard 06]. Plutôt que de raffiner le modèle d'écoulement, il est aussi possible de réaliser des traitements statistiques sur un grand nombre de simulations simples [Coyote 09]. Enfin, il faut signaler un rapprochement des modèles de migration et des modèles 2D orientés vers l'ingénierie [Motta 12].

2.3 Complexité des écoulements

Cette section présente plusieurs points essentiels et liés qui participent à la complexité des écoulements, en géométrie courbe ou non. Il s'agit du traitement de la viscosité, de la modélisation de la turbulence, de la structure du champ de vitesse et des écoulements secondaires. Après avoir montré comment la viscosité du fluide peut être négligée, la modélisation de la turbulence par l'introduction d'une viscosité turbulente est abordée. Cette viscosité turbulente conditionne la structure verticale du champ de vitesse, rendant possible le traitement des termes dispersifs. La dernière partie est dédiée aux courants secondaires et à leur prise en compte dans les modèles verticalement intégrés via ces termes dispersifs.

2.3.1 Viscosité dynamique

Lorsqu'il existe au sein d'un fluide un gradient de vitesse, deux veines fluides en contact peuvent se déplacer à des vitesses différentes. Sur leur surface de contact s'opère alors un frottement interne à l'écoulement. Ces frottements internes s'opposent à la déformation du fluide et dégradent une partie de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique en chaleur. Ils sont pris en compte dans les équations de la mécanique des fluides par l'introduction du *tenseur des contraintes visqueuses*. Pour les fluides dits *newtoniens*, ces contraintes visqueuses sont reliées proportionnellement aux taux de déformation par la *viscosité dynamique*.

En introduisant les longueurs de référence H_r et L_r , respectivement verticale et horizontale, ainsi qu'une vitesse de référence U_r (valeurs représentatives sur l'ensemble du

chenal) :

$$x = L_r \cdot x^{ad} \quad ; \quad z = H_r \cdot z^{ad} \quad ; \quad t = \frac{L_r}{U_r} \cdot t^{ad} \quad (2.21)$$

$$u_x = U_r \cdot u_x^{ad} \quad ; \quad u_z = U_r \cdot \frac{H_r}{L_r} \cdot u_z^{ad} \quad ; \quad p = \rho \cdot U_r^2 \cdot p^{ad} \quad (2.22)$$

les équations bidimensionnelles de Navier-Stokes peuvent être écrites sans dimensions sous forme cartésienne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_x^{ad}}{\partial x^{ad}} + \frac{\partial u_z^{ad}}{\partial z^{ad}} = 0 \\ \frac{\partial u_x^{ad}}{\partial t^{ad}} + u_x^{ad} \cdot \frac{\partial u_x^{ad}}{\partial x^{ad}} + u_z^{ad} \cdot \frac{\partial u_x^{ad}}{\partial z^{ad}} = -\frac{\partial p^{ad}}{\partial x^{ad}} + \frac{L_r}{H_r} \cdot \frac{I}{Fr^2} \\ \quad + \frac{1}{Re} \cdot \left(\frac{H_r}{L_r} \cdot \frac{\partial^2 u_x^{ad}}{\partial x^{ad2}} + \frac{L_r}{H_r} \cdot \frac{\partial^2 u_x^{ad}}{\partial z^{ad2}} \right) \\ \frac{\partial u_z^{ad}}{\partial t^{ad}} + u_x^{ad} \cdot \frac{\partial u_z^{ad}}{\partial x^{ad}} + u_z^{ad} \cdot \frac{\partial u_z^{ad}}{\partial z^{ad}} = -\frac{L_r^2}{H_r^2} \cdot \frac{\partial p^{ad}}{\partial z^{ad}} + \frac{L_r^2}{H_r^2} \cdot \frac{1}{Fr^2} \\ \quad + \frac{1}{Re} \cdot \left(\frac{H_r}{L_r} \cdot \frac{\partial^2 u_z^{ad}}{\partial x^{ad2}} + \frac{L_r}{H_r} \cdot \frac{\partial^2 u_z^{ad}}{\partial z^{ad2}} \right) \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Où Re est le nombre adimensionnel de Reynolds, qui quantifie le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses, et Fr est le nombre de Froude, qui est le rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur du fluide :

$$Re = \frac{H_r \cdot U_r}{\nu} \quad ; \quad Fr = \frac{U_r}{\sqrt{g \cdot I \cdot H_r}} \quad (2.24)$$

Les grandeurs adimensionnées sont de l'ordre de l'unité. En régime fluviale, le nombre de Froude est également d'ordre unitaire. Dans le cas d'un cours d'eau en crue, le nombre de Reynolds est élevé ($Re > 2000$). Dans ces conditions, le dernier terme des deux projections de la conservation de la quantité de mouvement dans 2.23 est inférieur de plusieurs ordres de grandeurs aux autres. Les frottements visqueux peuvent donc être négligés.

2.3.2 Turbulence

Cependant, un cours d'eau en crue constitue un écoulement *turbulent*. Les turbulences sont des instabilités non déterministes qui se propagent et se développent dans l'écoulement sous forme de tourbillon. Or, les équations présentées jusqu'ici sont valables pour un écoulement *laminaire*, justement dépourvu de turbulences. En effet, ces figures tourbillonnaires captent une partie de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique de l'écoulement. Pour continuer à utiliser ces équations pour décrire un écoulement turbulent, il faut introduire une représentation de la turbulence, tenant compte de cette confiscation d'énergie.

En considérant que la turbulence se manifeste sous la forme de fluctuations des composantes de la vitesse autour d'une valeur moyenne et que, sur un intervalle de temps suffisamment long, ces fluctuations s'annulent. Les équations de Navier-Stokes peuvent être intégrées pour obtenir le modèle RANS, pour *Reynolds Averaged Navier Stokes*. Dans ce modèle, les différentes variables sont chacune remplacées par une moyenne glissante dans le temps. Il ne diffère des équations de Navier-Stokes originelles que par l'ajout du *tenseur*

de *Reynolds*, qui regroupe les termes issus de l'advection et qui contient les fluctuations turbulentes de la vitesse. Il introduit toutefois les fluctuations turbulentes des composantes de la vitesse en plus de leur valeur moyenne. Le système n'est donc plus complet, et nécessite des équations supplémentaires qui constituent la *clôture turbulente*. Le tenseur de Reynolds étant inclus de la même manière que le tenseur des contraintes visqueuses, de nombreuses approches rattachent la caractérisation de la turbulence aux caractéristiques de l'écoulement principal. On peut mentionner [Comolet 94] :

- L'ajout, à la viscosité dynamique classique (alors qualifiée de *moléculaire*), d'une *viscosité turbulente*. Cette viscosité turbulente peut être considérée uniforme (hypothèse de boussinesq). Elle peut aussi être déterminée suivant les caractéristiques locales de l'écoulement, et l'on parle de modèle de turbulence *algébrique*.
- Le modèle k -epsilon, basé sur le transport de l'énergie cinétique de la turbulence k par l'écoulement principal et de la diffusion turbulente ϵ .

Selon [Babarutsi 89], cité de [Begnudelli 10], en eaux peu profondes, les frottements sur le fond freinent le développement des turbulences et, dans ce cas, le modèle $k - \epsilon$ donne les mêmes résultats qu'un modèle de turbulence algébrique. Même en présence de zones de recirculation, si leur largeur ne dépasse pas un seuil critique, la clôture algébrique reste valable. L'hypothèse de Boussineq reste utilisée par de nombreux modèles pseudo 2D.

D'autres méthodes existent en dehors de celles basées sur la formulation RANS. Ainsi le modèle DNS, pour *Direct Numerical Simulation*, modélise toutes les instabilités de l'écoulement jusqu'à l'échelle microscopique. Le modèle LES, pour *Large Eddy Structures*, utilise quant-à lui un filtre passe-bas pour ne conserver que les turbulences d'échelle macroscopique [Lallemand 13].

2.3.3 Profils verticaux de vitesse et termes de dispersion

Afin de prendre en compte une variabilité verticale des composantes de la vitesse tout en utilisant une formulation verticalement intégrée ou moyennée des équations de l'écoulement, on peut définir des profils verticaux. Ce faisant, on considère que la vitesse varie verticalement suivant une même forme et que seule l'ampleur de cette variation change. On peut alors écrire les composantes longitudinales sous la forme :

$$u_s(s, n, z) = \overline{u_s}(s, n) \cdot T\left(\frac{z - z_f}{z_{sl} - s_f}\right) \quad ; \quad u_n(s, n, z) = \overline{u_n}(s, n) \cdot T\left(\frac{z - z_f}{z_{sl} - s_f}\right) \quad (2.25)$$

Le terme T détermine la forme de la variation. C'est une fonction d'une altitude remaniée $\frac{z - z_f}{z_{sl} - s_f}$ valant 0 sur le fond et 1 à la surface. La moyenne verticale de cette fonction est unitaire, respectant ainsi la définition de la moyenne.

$$\overline{u_s} = \frac{1}{h} \cdot \int_{z_f}^{z_{sl}} u_s \cdot dz = \frac{\overline{u_s}}{h} \int_{z_f}^{z_{sl}} T \cdot dz \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{h} \int_{z_f}^{z_{sl}} T \cdot dz = 1 \quad \Rightarrow \quad \overline{T} = 1 \quad (2.26)$$

Pour définir un tel profil vertical, [Engelund 74] propose de considérer une viscosité turbulente constante et un écoulement établi dans un chenal de géométrie invariante. En écrivant l'équilibre entre le travail de la gravité et celui de la pesanteur, il abouti à une expression constante de la dérivée verticale seconde de la composante longitudinale de la vitesse. Ce qui conduit à une expression quadratique de la fonction de profil vertical :

$$T\left(\bar{z} = \frac{z - z_f}{z_{sl} - s_f}\right) = \frac{\chi - \frac{1}{3} + \bar{z} + \frac{\bar{z}^2}{2}}{\chi} \quad \text{avec : } \chi = \frac{\alpha_{C_f}}{\sqrt{C_f}} ; \alpha_{C_f} = 0,077 \quad (2.27)$$

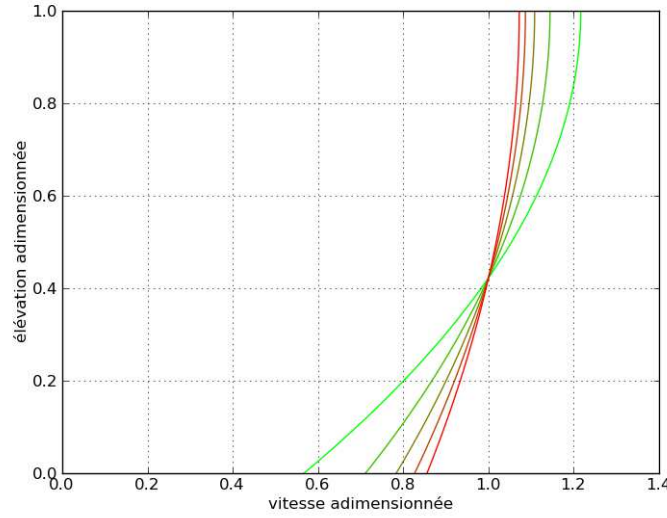


FIG 2.3 — Profils verticaux quadratiques de la vitesse longitudinale en fonction du coefficient de frottement compris entre $\frac{1}{900}$ (en vert) et $\frac{1}{100}$ (en rouge) couvrant ainsi la gamme classique en rivière naturelle ([Engelund 74]).

On peut préciser que le modèle de turbulence employé n'utilise pas directement une viscosité turbulente constante, mais une viscosité turbulente algébrique $\epsilon = 0.077 \cdot H \cdot U_f$, dont l'invariance n'est due qu'au caractère établi de l'écoulement, dans lequel U_f et H sont invariants. L'auteur mentionne une autre fonction de profil, de forme logarithmique, plus adaptée à proximité du lit mais moins bonne dans les neuf dixièmes supérieurs. Les deux profils sont représentés figure 2.3.

L'adoption d'un profil vertical de vitesse rend intégrables les produits de perturbation, car dès lors ils ne dépendent plus de la coordonnée verticale que par la fonction de profil, connue :

$$D_{ij} = \int_{z_F}^{z_{SL}} u'_i \cdot u'_j \cdot dz \quad (2.28)$$

$$= \int_{z_F}^{z_{SL}} (\bar{u}_i \cdot T - \bar{u}_i) \cdot (\bar{u}_j \cdot T - \bar{u}_j) \cdot dz = \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j \cdot \int_{z_F}^{z_{SL}} (T - 1)^2 \cdot dz \quad (2.29)$$

2.3.4 Courants secondaires

On aborde ici une sous-structure d'écoulement particulière induite par les courbes des rivières. En superposition à l'écoulement primaire, il existe des cellules de circulations transversales nommées *courants secondaires*, déjà mentionnées lors de la présentation des équations. Ils peuvent être causés par la courbure du cours d'eau, par la topographie du lit et par la turbulence. Les courants secondaires induits par la courbure sont comparables à la convection torique qui regroupe au centre les feuilles d'une tasse de thé que l'on remue ([Einstein 26], traduit de l'allemand dans [Yogananda 00]). Dans chaque cas, les courants secondaires découlent de deux causes : les frottements sur le fond et l'effet centrifuge. Pour une colonne d'eau dans le chenal, du fait des frottements sur le fond, la vitesse longitudinale est plus élevée dans la partie supérieure que dans la partie inférieure. Or l'effet centrifuge

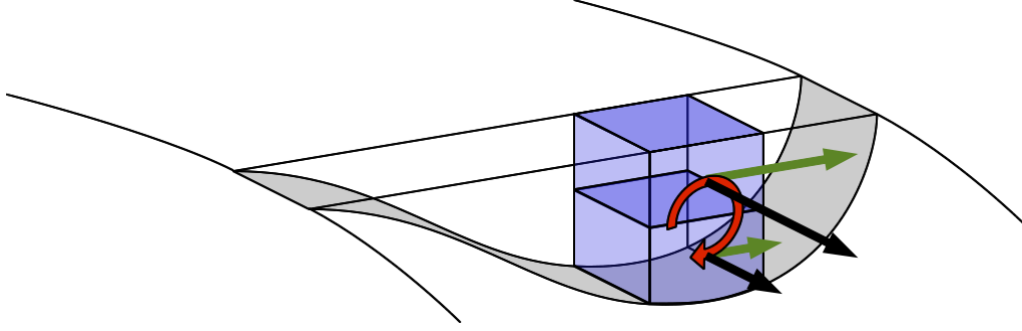


FIG 2.4 – Couple centrifuge dans une colonne d'eau, à l'origine du développement des courants secondaires. **En noir**, les vitesses dans les moitiés supérieure et inférieure, **en vert**, les pseudo-forces centrifuges associées, **en rouge**, le couple induit sur la colonne d'eau par ces pseudo-forces centrifuges.

a pour expression :

$$F_c = \rho \cdot \omega^2 \cdot R_c \approx \rho \cdot u^2 \cdot \kappa \quad (\text{avec : } u = R_c \cdot \omega \text{ et } \kappa = 1/R_c) \quad (2.30)$$

avec ω la vitesse angulaire, u la vitesse linéaire, R la distance au centre de rotation. Comme l'effet centrifuge est proportionnel au carré de la vitesse, il est plus intense dans la partie supérieure que dans la partie inférieure. En considérant l'ensemble de la colonne d'eau, il en résulte un couple qui tend à la mettre en rotation dans la section normale (figure 2.4). C'est ce couple qui engendre les cellules de convection que sont les courants secondaires et qui, combinées à l'écoulement principal, confèrent au champ de vitesse une structure hélicoïdale. Étant donnée leur structure, les courants secondaires s'annulent lors de l'intégration verticale (moyenne nulle) et, sans traitement particulier, disparaissent de la plupart des termes des équations des approches 2D ou pseudo-2D. Or, du fait de l'advection, ces courants secondaires tendent à déporter vers l'extérieur d'une courbe le pic de vitesse longitudinale. Ne pas inclure les courants secondaires dans les modèles de migration conduit donc à une sous-estimation de la perturbation transversale de la vitesse longitudinale et, à l'extrême, à prédire une érosion sur la berge interne, situation irréaliste ([Johannesson 89a], [Bernard 92]).

Pour les prendre en compte dans les modèles verticalement intégrés, il est nécessaire de traiter les termes dispersifs, qui correspondent à l'intégration des produits des perturbations et préservent donc leur influence. En traitant ces termes dispersifs à l'aide de profils de vitesses verticaux et transversaux, Johannesson et ses co-auteurs parviennent à prendre en compte ces courants secondaires [Johannesson 89b]. Ils montrent également ([Johannesson 89a]) que, dans les systèmes naturels, le déphasage entre les courants secondaires et la courbure de la ligne médiane est inférieur à 20° et qu'ils peuvent être pris en compte dans le modèle classique par l'ajout, au coefficient d'affouillement, d'un coefficient A_{sec} de même ordre de grandeur que lui, dont l'expression est :

$$A_{sec} = 181 \cdot \frac{H_r^2}{B^2} \cdot \frac{\sqrt{C_f}}{\alpha} \cdot \left(2 \cdot \left(\frac{\alpha}{\sqrt{C_f}} - \frac{1}{3} \right)^2 + \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{\alpha}{\sqrt{C_f}} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{15} \right) \quad (2.31)$$

avec C_f le coefficient de friction sur le fond (semblable à un coefficient de trainée). Dans une autre approche, les auteurs élaborent une correction pour modèle 2D verticalement moyenné destinée à reproduire les courants secondaires en calculant le transport de la vorticité transversale de l'écoulement [Bernard 92]. Leurs résultats, confrontant le modèle avec et sans correction à des études expérimentales, montrent une nette amélioration des

profils de vitesse transversaux prédits. Une prise en compte des courants secondaires par l'utilisation de profils verticaux de vitesse dans les termes de dispersion pour un modèle 2D est également résumée dans [Duan 10].

En dehors des modèles 2D et pseudo-2D, de nombreux modèles 3D reproduisent les courants secondaires. L'étude de [Stoesser 10] confronte deux modèles maillés RANS (Reynold Averaged Navier-Stokes) et LES (Large Eddy Simulation). En comparant les simulations à des résultats expérimentaux obtenus sur maquette [], ils montrent que le modèle LES est plus adapté pour reproduire les observations.

En conclusion, chacun des types de modèles est adapté à une échelle de temps et d'espace spécifique :

- modèle 3D : quelques jours sur un à deux méandres,
- modèle 2D : quelques décennies sur un bras de rivière,
- modèle pseudo 2D : quelques millénaires sur un cours d'eau.

2.4 Migration et dépôts

La relation de proportionnalité entre perturbation de vitesse à la berge et migration (équation 2.12, page 27) est d'une grande facilité d'emploi. Elle masque cependant les façons dont les matériaux sont réellement érodés, transportés puis déposés. Cette section présente les approximations implicitement faites par la plupart des modèles pseudo-2D dédiés à la migration. Y sont aussi brièvement exposés les traitements plus détaillés proposés par d'autres modèles – essentiellement 2D. On s'intéresse tout d'abord au transport de la charge sédimentaire puis, dans un second temps, aux processus d'érosion et de dépôt aux berges.

2.4.1 Transport de la charge sédimentaire

Certains modèles pseudo-2D dédiés à la migration prennent en compte un transport sédimentaire. Ainsi, [Meakin 96] considère le transport par charriage de plusieurs classes de sédiments pour déterminer la granulométrie des dépôts. Ce modèle a d'ailleurs permis de reproduire un granoclassement dans le lit des cours d'eau méandriformes ainsi que la formation de barres de méandres non homogènes. Cependant le modèle historique [Ikeda 81], comme beaucoup de ses successeurs, est dépourvu d'un réel calcul du transport. L'érosion sur la berge externe est calculée proportionnellement à la perturbation de vitesse à la berge. Le dépôt sur la berge en vis-à-vis vient compenser cette érosion, permettant au chenal de conserver sa largeur initiale. Pour être justifié ce modèle simple amène deux contraintes majeures : Les hypothèses sous-jacentes sont :

- l'érosion est toujours possible, donc l'écoulement peut toujours transporter le matériau érodé, et ce sans en être affecté, ce qui n'est le cas que si les débits de sédiments transportés par les différents modes ne sont pas trop élevés,
- il y a toujours des sédiments disponibles dans l'écoulement pour réaliser le dépôt, condition réalisée dans la majorité des cours d'eau méandriformes.

De plus, les volumes de sédiments érodés et déposés sur des berges opposées sont considérés sensiblement équivalents (en réalité, ils diffèrent du fait de l'affouillement et de la courbure, et perturbent légèrement le bilan sédimentaire à l'échelle d'une section).

Les modèles bidimensionnels sont plutôt utilisés en ingénierie et incluent généralement un module de transport plus complet. On peut citer l'approche de [Begnudelli 10], qui se limite au lit mineur. Un autre exemple [Parker 11], récent mais proche des modèles historiques, divise transversalement la rivière en trois zones (le voisinage des berges et la partie centrale) et fait apparaître un premier transport des matériaux érodés du voisinage

de la berge vers la partie centrale par les courants secondaires. Il considère un lit qui n'est pas en équilibre avec l'écoulement en modélisant le transport par charriage et par suspension. Enfin, des modèles portant sur la plaine d'inondation complète gèrent même une couche de sédiments potentiellement mobilisables sur un fond consolidé, et les sédiments sont mus par charriage lorsque les conditions d'écoulement sont favorables.

2.4.2 Érosion et dépôts aux berges

La proportionnalité entre migration et perturbation de vitesse donne l'image d'une érosion répondant immédiatement et continuellement à l'écoulement. Ceci est réaliste pour des sédiments non cohésifs, mais pas pour des sédiments cohésifs, pour lesquels il n'y a pas de seuil de mise en mouvement mais une détérioration progressive par des cycles d'humidification / séchage, voir gel [Knighton 98]. L'érosion est donc généralement un processus cyclique. Il existe au moins deux modes d'érosion de berge.

- Dans le cas de l'érosion par effet de levier (figure 2.5.a), la berge est composée de deux strates. La strate inférieure est constituée de matériau non cohésif, tandis que la strate supérieure est consolidée par la végétation. L'écoulement érode préférentiellement la partie inférieure et la strate supérieure forme progressivement un surplomb. Arrivé à son seuil de résistance, ce surplomb cède et se disloque en blocs cohésifs. Ces blocs viennent alors armer la base de la berge et l'écoulement doit alors les fragmenter en blocs plus petits et chariables avant de reprendre la sappe de la strate non cohésive. Le résultat est une migration très discontinue.
- L'érosion peut aussi se faire par glissement (figure 2.5.b). Si la berge est composée d'un matériau uniforme faiblement cohésif, l'écoulement accentue progressivement sa pente en prélevant du matériau. Lorsque la limite d'équilibre est atteinte un glissement se produit, ramenant ainsi la pente de la berge à une valeur stable et le processus reprend.

Cette érosion par ruine est prise en compte dans des modèles récents [Begnudelli 10].

Très tôt dans l'étude des environnements méandriformes, des tentatives malheureusement infructueuses ont été menées pour reproduire sur maquette des méandres expérimentaux [Schumm 72]. En effet, les résultats de ces expérimentations ont longtemps montré un élargissement du chenal conduisant à un système en tresse. Ce n'est que récemment que ces chenaux expérimentaux ont dépassé le stade de l'écoulement sinueux pour former de véritables méandres grâce à la consolidation des barres de méandres via leur ensemencement par des graines d'alfalfa ([Tal 07], cité de [Howard 09]). Une consolidation des barres de méandre serait donc nécessaire au développement de méandres, que ce soit grâce à la végétalisation ([Tal 07]), au gel (systèmes sibériens par [Howard 09]) ou même à une cimentation chimique (évoqué pour les paleo-méandres de Mars [Howard 09]). Ces résultats expérimentaux montrent la complexité du développement des méandres. Cette complexité qui n'est pas exprimée dans les modèles de simulation pseudo-2D qui mettent en avant

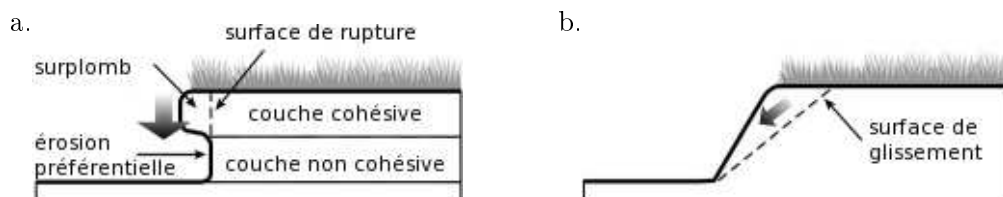


FIG 2.5 — Deux modes de ruine d'une berge : par levier (a), par glissement (b). Adapté de [Langendoen et Simon 2008]

l'érosion de la berge externe, le dépôt de la barre de méandre étant asservi à l'érosion.

Un autre écueil dans la reproduction expérimentale de méandres est le déclenchement de *chute-cutoff* précoces qui se produisent très souvent dans les simulations analogiques ([Howard 09]), mais qui peuvent être facilement limités par le dépôt de sédiments fins sur les barres de méandres ([Braudrick 09]).

Pour terminer sur l'importance du processus de dépôt de barres de méandres dans le méandrage, une récente étude sur les cours d'eau actuels montre encore que la migration peut au contraire être déclenchée par l'accumulation des dépôts sur la berge interne d'une courbe, conduisant alors à l'érosion de la berge externe. Toutes ces études soulignent la complexité du processus de migration à court terme. Cependant, les modélisations à long terme ne peuvent prendre en compte tous ces paramètres. Le calcul de la migration au travers d'un coefficient d'érodabilité traduit donc un comportement moyen et non un processus instantané.

2.5 Conclusion

Les modèles de migration à long terme ont été largement développés et appliqués durant ces trois dernières décennies. Les sauts d'échelles qu'ils réalisent nécessitent cependant des simplifications importantes, tant dans le calcul de l'écoulement (linéarisations, équations moyennées, prise en compte imparfaite des courants secondaires ou de la viscosité turbulente...), que dans la gestion des sédiments (érosion, dépôt et transport). Par conséquent, plusieurs études se sont attachées à estimer leur validité.

Dans une étude très complète, Camporeale et ses collaborateurs ont identifié trois modèles de migration représentatifs de la variété de cette famille de modèles ([Camporeale 07]) :

- HIPS, le modèle historique proposé conjointement par l'équipe Ikeda et par Hasegawa, puis corrigé par Johanesson et Parker ([Ikeda 81], [Hasegawa 78], [Johanesson 89a]),
- JP, le modèle publié par Johanesson et Parker ([Johanesson 89a], [Johanesson 89b]),
- ZS, celui proposé par Zolezzi et Seminara ([Seminara 01], [Zolezzi 01]).

Après avoir montré que les modèles HIPS et JP se déduisaient par simplifications successives du modèle ZS, l'équipe de Camporeale les a confrontés à un cas réel (figure 2.6). Le premier constat est qu'à court terme, tous sont rapidement mis en défaut : tous les tracés prédits à 11 ans présentent des écarts au tracé observé. Cependant, les auteurs montrent que sur le long terme, tous reproduisent l'émergence d'un équilibre dynamique statistique déjà identifié dans [Camporeale 05].

Cette faculté des modèles de migration, même les plus simples, à reproduire cet équilibre est principalement attribuée aux recoupements de méandre. En simplifiant régulièrement le tracé de la rivière, ces événements joueraient le rôle de filtre et préviendraient le développement des non-linéarités ([Perucca 05], [Camporeale 08]). Ainsi, l'équilibre dynamique vers lequel converge le système est contrôlé principalement par une échelle temporelle et une échelle spatiale déduites des caractéristiques générales du système [Camporeale 05].

Afin de confirmer la validité des modèles linéaires, [Furbish 91] ont analysé un système réel afin de vérifier que la relation migration-courbure était en adéquation avec la forme convolutive proposée par [Parker 86]. Leur conclusion, positive, est contrebalancée par une étude plus approfondie ([Güneralp 10]) qui montre que si la convolution est décidément une part de la relation migration-courbure, cette dernière est indéniablement plus complexe et contient probablement une composante oscillatoire ne pouvant être reproduite que par des modèles d'ordre plus élevé, tels que le modèle ZS. De même, il semble que

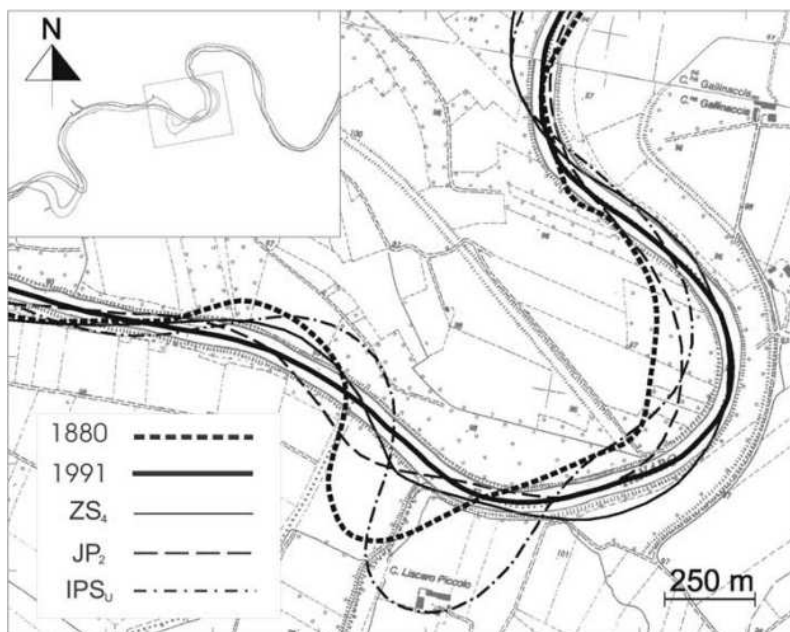


FIG 2.6 – Confrontation des modèles HIPS, JP et ZS à un cas historique de migration ([Camporeale 07]). Certains modèles sont plus proches de la réalité (en particulier ZS4), mais à échéance d'un siècle aucun ne parvient à reproduire le développement exact.

les modèles linéaires [Pittaluga 11] tendent, dans la plupart des cas, à prédire une position dévalée en aval pour du pic de perturbation de vitesse dans un méandre.

En conclusion, pour le domaine de simulation qui nous intéresse, celui des réservoirs, les modèles pseudo-2D et, en particulier, ceux linéarisés, sont adaptés à des simulations sur de grandes échelles de temps et d'espace (milliers d'années et portions de cours d'eau). Il faut cependant garder à l'esprit que bien qu'ils ne reproduisent pas la migration des cours d'eau avec exactitude, ni certains phénomènes (transport sédimentaire, érosion des berges...), ils simulent des dépos sédimentaires réalistes. Les modèles plus précis, tels que ceux tournés vers l'ingénierie et l'aménagement, en plus de nécessiter une mise en œuvre plus complexe et plus gourmands en ressources informatiques, nécessitent des quantités d'information conséquentes sur les paleo-environnements. Ces informations sont souvent difficiles à reconstituer pour les systèmes fossiles.

Chapitre 3

Adaptation et application d'un modèle à pente variable

Dans ce chapitre, nous testons les développements proposés par S. Lopez dans sa thèse [Lopez 03]. La majorité des modèles linéaires considèrent pour la pente de la surface libre une seule valeur globale. Ce modèle, au contraire, prend en compte la valeur locale de cette pente. Elle ouvre la perspective d'une modélisation plus variée et plus réaliste. Nous illustrons ensuite l'application de ce modèle avec une simulation de méandrage confiné par une vallée.

3.1 Présentation du modèle à pente variable

3.1.1 Méthode de construction

Nous présentons dans ce qui suit les grandes lignes permettant de passer de la formulation locale des lois de la mécanique des fluides à un ensemble d'équations discrétisées telles que développées dans l'approche proposée par S. Lopez. Le lecteur désireux d'approfondir ce développement pourra se reporter aux annexes de [Lopez 03]. Il est cependant utile de rappeler les hypothèses faites lors de la construction de ce développement, qui se répartissent en quatre domaines :

- la définition de la géométrie du chenal,
- l'intégration verticale des lois d'écoulement locales,
- l'introduction des perturbations de vitesse et de hauteur,
- la formulation numérique.

Dans ce qui suit, nous détaillons pour chacun de ces domaines les hypothèses et choix retenus.

Définition de la géométrie du chenal

Le chenal est défini par la ligne médiane de sa surface libre. Un repère curviligne est attaché à celle-ci. Sur cette ligne médiane se répartissent des sections normales de même largeur mais de profondeur variable (figure 3.1). La pente de cette ligne est variable, mais sa valeur doit demeurer faible. Les différents opérateurs tensoriels dans cette base sont alors définis en fonction des angles formés entre la base curviligne et la base cartésienne.

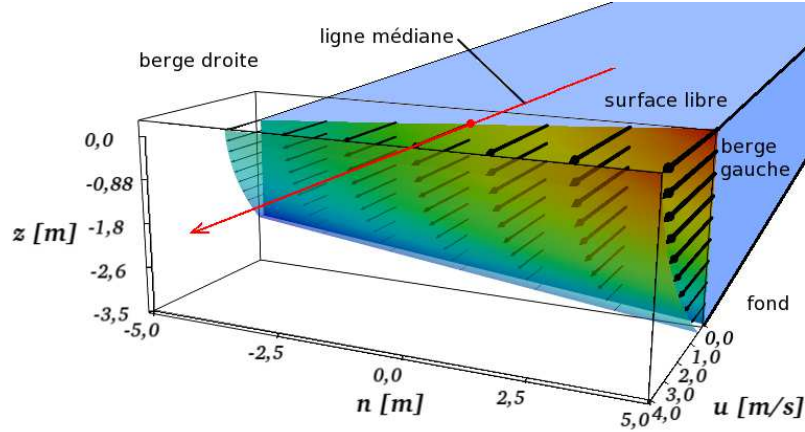


FIG 3.1 – Enveloppe du champ de vitesse paramétré dans une section de 10 m de largeur. Le zéro correspond à la ligne médiane (en rouge). Le champ varie entre la berge gauche et la berge droite du fait de la courbure.

Intégration verticale des lois d'écoulement

Le raisonnement commence par l'écriture des lois locales qui régissent l'écoulement dans un volume infinitésimal de matière. Le point de départ adopté est proche des équations de Navier-Stokes. Le système d'équations comprend une équation décrivant la conservation de la masse et une autre celle de la quantité de mouvement. Il suppose que plusieurs hypothèses soient vérifiées. Tout d'abord, le milieu est supposé continu, c'est à dire que les échelles spatiales et temporelles permettent de ne pas considérer le mouvement individuel de chaque particule, ce qui est le cas pour une rivière. Ensuite, la compressibilité du fluide est négligée, et ce dernier est newtonien (en son sein, la contrainte de cisaillement est proportionnelle à la vitesse de déformation). De plus, l'écoulement est permanent, avec un débit représentatif des épisodes de crue. Dans la conservation de la quantité de mouvement, les effets des forces de frottement à la surface et de la pseudo force de Coriolis sont négligés, de même que la dissipation d'énergie par frottement visqueux.

Une fois ces hypothèses posées, une fonction de forme est choisie pour le profil vertical de vitesse. Sa forme, définie par [Engelund 74], prend en compte les frottements de la colonne d'eau sur le fond et la viscosité du fluide. Elle garantit que son intégrale sur la hauteur de la colonne d'eau est unitaire. Cette réduction permet d'intégrer verticalement les lois de conservation, et d'obtenir une formulation similaire aux équations de Saint Venant. Il faut néanmoins rester dans l'hypothèse des eaux peu profondes (largeur de l'écoulement grande devant sa hauteur).

Introduction des perturbations

Les équations de l'écoulement sont adimensionnées spatialement, en considérant la demi-largeur du chenal pour les longueurs horizontales et la profondeur moyenne du cours d'eau pour les longueurs verticales. La largeur du chenal est alors supposée invariante dans l'espace. La vitesse longitudinale et la hauteur d'eau sont décomposées en une valeur moyenne dans la section et une perturbation liée à la courbure. Ces décompositions sont injectées dans les équations de l'écoulement. Les développements limités obtenus sont ensuite linéarisés. L'ordre zéro conduit à une première équation différentielle régissant l'évolution de la valeur moyenne dans une section de la vitesse longitudinale. Le premier ordre, quant à lui, aboutit à une seconde équation différentielle décrivant l'évolution de la perturbation de la vitesse longitudinale, en lien avec sa valeur moyenne.

Formulation numérique

L'équation de perturbation de vitesse est alors exprimée à l'une des berges. Les deux équations différentielles sont discrétisées à l'aide d'un schéma eulérien explicite décentré amont. Le résultat est un couple de suites numériques, correspondant à la vitesse moyenne dans la section et à la perturbation de vitesse à la berge gauche. Du fait de la linéarisation, la perturbation à la berge droite est simplement l'opposé de celle à la berge gauche.

3.1.2 Présentation des équations

Modèle à pente variable analytique

Dans le cadre que nous venons de décrire, la vitesse moyenne dans une section est décrite par l'équation différentielle 3.1 ([Lopez 03], équation C.107). Du fait de l'invariance spatiale du débit en régime permanent, la profondeur moyenne est déduite de la vitesse moyenne par l'équation 3.2.

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{g \cdot I}{U} - \frac{2 \cdot C_f \cdot B}{Q} \cdot U^2 \quad (3.1)$$

$$H = \frac{Q}{2 \cdot B \cdot U} \quad (3.2)$$

La perturbation de vitesse à la berge gauche est régie par l'équation différentielle 3.3 ([Lopez 03], équation C.113).

$$\begin{aligned} U \cdot \frac{\partial U'_b}{\partial s} + \frac{C_f \cdot U}{H} \cdot (R_I + 1) \cdot U'_b \\ = B \cdot U^2 \cdot \frac{\partial \kappa}{\partial s} - \kappa \cdot \frac{B \cdot C_f \cdot U^2}{H} \cdot \left(\frac{U^2}{g \cdot H} - 2 \cdot (R_I - 1) + A_{sec} \cdot \frac{U_r}{U} + A_{aff} - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Le terme R_I , défini par 3.4, représente le rapport de l'accélération due à la gravité à la dissipation d'énergie par frottement sur le fond. Il peut être considéré comme le rapport de la pente locale à une pente d'équilibre, pour laquelle l'écoulement ne subirait ni accélération ni décélération ([Lopez 03], équation C.65 sous sa forme dimensionnée).

$$R_I = \frac{g \cdot H \cdot I}{C_f \cdot U^2} = \frac{I}{I_r} \quad \text{avec } I_r = \frac{C_f \cdot U_r^2}{g \cdot H_r} \quad (3.4)$$

La vitesse U_r est une grandeur de référence calculée pour un chenal rectiligne dont la surface libre possède une pente constante égale à la moyenne de la pente de la surface libre du chenal. Pour un tel chenal, cette vitesse serait la même dans toutes les sections. On peut donc la trouver en annulant l'équation 3.1. La hauteur d'eau H_r de ce chenal est également retenue comme hauteur de référence. Ces deux grandeurs sont définies par les équations 3.5 et 3.6.

$$\frac{\partial U_r}{\partial s} = \frac{g \cdot I_r}{U_r} - \frac{2 \cdot C_f \cdot B}{Q} \cdot U_r^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad U_r = \sqrt[3]{\frac{g \cdot I_r \cdot Q}{2 \cdot C_f \cdot B}} \quad (3.5)$$

$$\Rightarrow \quad H_r = \frac{Q}{2 \cdot B \cdot U_r} \quad (3.6)$$

La figure 3.2 représente l'évolution de U_r et H_r pour une gamme de pentes usuelles pour des écoulements fluviaux. Plus la pente est faible, plus l'écoulement est lent et la profondeur élevée. Les vitesses obtenues sont contenues dans un intervalle de 0,6 à 15 $m \cdot s^{-1}$. Les hauteurs d'eau vont de 0,3 à 30 m . Pour le paramétrage utilisé, les hauteurs d'eau inférieures au demi-mètre ne correspondent pas à des situations réalistes et celles supérieures à 10 m ne respectent pas les hypothèses de modélisation (eaux peu profondes).

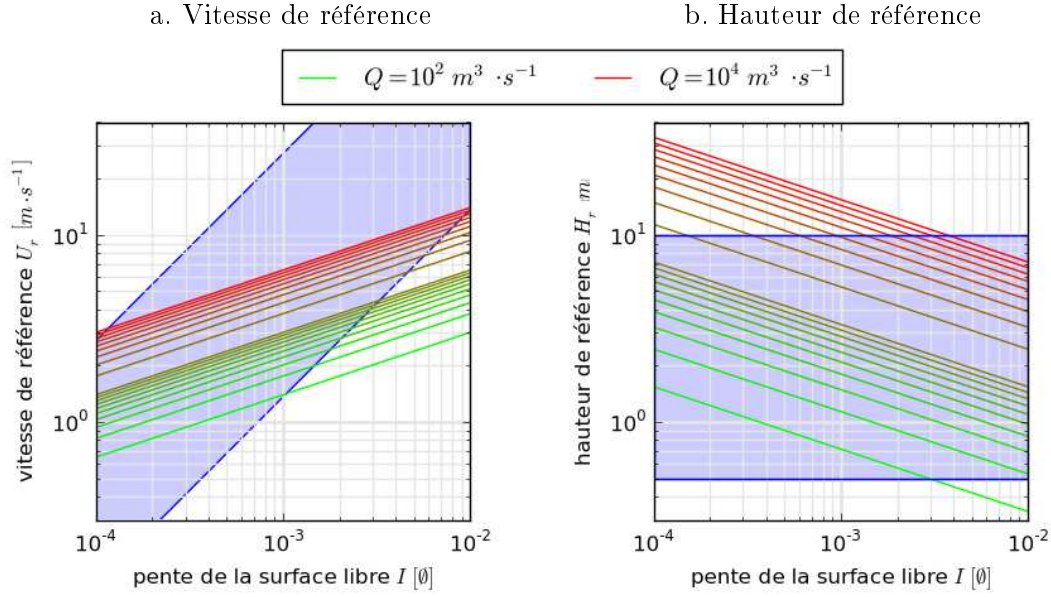


FIG 3.2 – Évolution de l'écoulement de référence (moyenne sur l'ensemble du chenal) en fonction de la pente pour différents débits de 100 à 10 000 $m^3 \cdot s^{-1}$: (a) la vitesse de référence U_r , (b) la hauteur d'eau de référence H_r . La largeur du chenal est de 100 m et C_f est de 0,0036. La gamme de pentes, allant de 0,1 ‰ à 1 ‰, couvre largement le domaine des rivières méandriformes. Les zones bleues représentent les domaines de validité des eaux peu profondes (hauteur de 0,5 à 10 m). Les échelles sont logarithmiques.

Modèle à pente variable discrétisé

Une fois discrétisée à l'aide d'un schéma eulérien explicite, l'équation 3.1 devient la relation 3.7. Calculée d'amont en aval, elle donne les vitesses moyennes de chacune des sections du chenal. Ces vitesses moyennes connues, l'équation 3.8 permet d'en déduire les hauteurs d'eau moyennes ([Lopez 03], équation C.108).

$$U_{i+1} = U_i + \left(\frac{g \cdot I_i}{U_i} - \frac{2 \cdot C_f \cdot B}{Q} \cdot U_i^2 \right) \cdot \Delta s_i \quad (3.7)$$

$$H_i = \frac{Q}{2 \cdot B \cdot U_i} \quad (3.8)$$

L'équation 3.3 est à son tour discrétisée en utilisant le même schéma numérique. Elle donne la relation 3.9. Connaissant les vitesses et profondeurs moyennes, elle permet de calculer, toujours d'amont en aval, les perturbations de vitesse à la berge gauche du chenal ([Lopez 03], équation C.114).

$$U'_{bi+1} = U'_{bi} \cdot \left(1 - \Delta s_i \cdot \frac{C_f}{H_i} \cdot (R_{I_i} + 1) \right) + U_i \cdot B \cdot \kappa_{i+1} - U_i \cdot B \cdot \left(1 + \Delta s_i \cdot \frac{C_f}{H_i} \cdot \left(\frac{U_i^2}{g \cdot H_i} - 2 \cdot (R_{I_i} - 1) + A_{sec} \cdot \frac{U_r}{U_i} + A_{aff} - 1 \right) \right) \quad (3.9)$$

Le coefficient R_{I_i} (rapport de la pente locale à la pente d'équilibre) qui y figure est calculé directement par :

$$R_{I_i} = \frac{g \cdot H_i \cdot I_i}{C_f \cdot U_i^2} = \frac{I_i}{I_r} \quad (3.10)$$

Les équations 3.7 à 3.10 constituent le modèle d'écoulement à pente variable de S. Lopez, mis en œuvre dans la suite du chapitre.

3.1.3 Comparaison au modèle à pente constante

On peut montrer que le modèle à pente constante est un cas particulier du modèle à pente variable ([Lopez 03], paragraphe C.3.1). Si l'on introduit *a posteriori* l'hypothèse de pente constante du modèle Flumy, la pente locale est en tout point égale à sa valeur de référence, la pente d'équilibre. Les vitesses et profondeur moyennes sont alors les mêmes dans toutes les sections du chenal.

$$I = I_r; \quad U = U_r; \quad H = H_r \quad (3.11)$$

Les équations 3.7, 3.8 et 3.10 deviennent triviales, et en tout point on a

$$R_I = \frac{I_r}{I_r} = 1 \quad (3.12)$$

L'équation 3.9 se simplifie sous la forme 3.13.

$$U'_{bi+1} = U_r \cdot \left(1 - 2 \cdot \Delta s_i \cdot \frac{C_f}{H_r} \right) + B \cdot U_r \cdot \kappa_{i+1} - B \cdot U_r \cdot \left(1 + \Delta s_i \cdot \frac{C_f}{H_r} \cdot \left(\frac{U_r^2}{g \cdot H_r} + A_{sec} + A_{aff} - 1 \right) \right) \quad (3.13)$$

Cette forme correspond bien au modèle à pente constante implémenté dans Flumy (équation 2.20). Le modèle à pente variable établi par S. Lopez inclut donc le modèle à pente constante, qui en est un cas particulier.

3.1.4 Remarques sur le modèle d'écoulement

Les hypothèses faites sur les berges ainsi que la linéarisation aboutissent à considérer les sections transversales comme des parallélogrammes définis par :

- une hauteur moyenne égale à la profondeur moyenne H ,
- une face supérieure faiblement inclinée, correspondant à la surface libre de l'écoulement,
- une surface inférieure inclinée (en fonction de la courbure et du coefficient d'affouillement) correspondant au fond du chenal,

Dans cette section, l'enveloppe du champ de vitesse prend une forme définie par :

- la valeur moyenne du champ,
- l'angle de la déformation latérale.

La forme du champ de vitesse sur une section du chenal est représentée sur la figure 3.1.

3.2 Calcul de la migration à partir de la pente

Dans le modèle à pente constante, la ligne médiane est plaquée sur la topographie quelque soit l'orientation du tracé du chenal, permettant localement à la rivière de remonter la topographie, situation peu réaliste sur de longs segments. Dans le modèle à pente variable, la migration du chenal est toujours calculée sur un plan incliné à partir du modèle de vitesses locales, conduisant à des configurations similaires. Dans les configurations où le chenal remonte la pente, le calcul de l'écoulement devient impossible (la pente montante induisant un arrêt de l'écoulement, le régime permanent devient impossible). Dans ce qui suit, nous allons proposer une solution pour palier ce problème.

Quelque soit le modèle utilisé sur une topographie initiale simple représentée par un plan faiblement incliné, les méandres les plus matures peuvent présenter des segments de

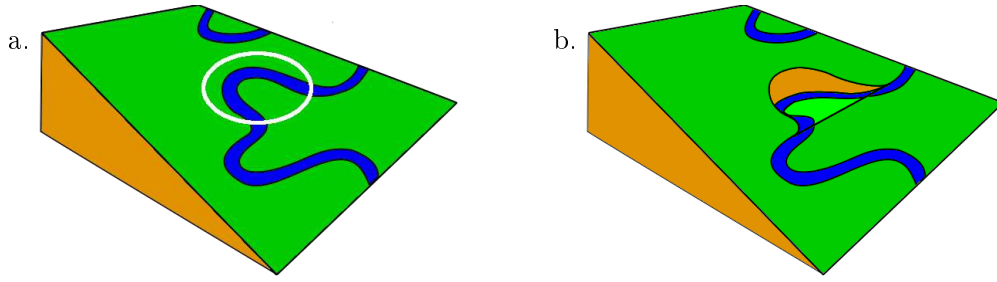


FIG 3.3 — Traduction géométrique du bridage de la pente destiné à éviter les remontées de la surface libre induisant un arrêt de l'écoulement. Tracés d'un chenal : (a) avant bridage, le cercle blanc isolant la portion à corriger, (b) après bridage (l'échelle verticale est exagérée). On peut voir que la boucle dont la surface libre remontait le plan incliné circule désormais horizontalement en s'enfonçant dans la plaine. Lorsque la surface libre rejoint le plan incliné, la correction cesse.

leurs tracé qui remontent le plan incliné (figure 3.3.a). Ce résultat n'est pas compatible avec l'évolution naturelle d'un cours d'eau, puisque la ligne médiane correspond à une ligne descendante d'amont en aval. Nous proposons d'apporter une correction à l'altitude de la ligne médiane de l'écoulement pour qu'elle réponde à ce critère naturel (figure 3.3.b). Cette correction correspond à un bridage de la pente locale.

Le bridage proposé est simple : il impose à la ligne médiane une pente amont-aval positive ou nulle. Ce bridage n'est appliqué que sur les segments *montants* des boucles de méandres. Tant que le tracé suit une courbe descendante, la ligne médiane est plaquée sur la topographie. Dès que le tracé devient ascendant, il est corrigé et maintenu horizontal, pénétrant sous le plan horizontal qui constitue la topographie. Tout les points sont maintenus à l'altitude du premier point corrigé, jusqu'à ce que le tracé rejoigne l'altitude de la topographie. Cette érosion affecte le calcul de la migration (paragraphe suivant) mais n'altère pas la topographie. Ce traitement de la pente locale induit à son tour une modification, cette fois dans le calcul de la migration, qui fait l'objet du paragraphe suivant.

Dans les modèles à pente constante ou variable, la migration \vec{m} est calculée à partir de l'équation suivante :

$$\vec{m} = E \cdot U'_b \cdot \vec{N} \quad (3.14)$$

où E représente l'érodabilité et u' la perturbation de vitesse. Dans le modèle à pente variable, le calcul de la migration diffère cependant dans les segments où le bridage s'applique.

Dans ces segments, en fonction de la courbure, le chenal peut migrer contre le relief (berge érodée surélevée par rapport à l'altitude de la ligne médiane), ou s'éloigner du relief (berge érodée à la même altitude que la ligne médiane). Dans le cas où la berge érodée et le chenal sont à la même altitude, l'algorithme général s'applique (figure 3.4.a), par contre, dans l'autre cas, il faut simuler une érosion (figure 3.4.b).

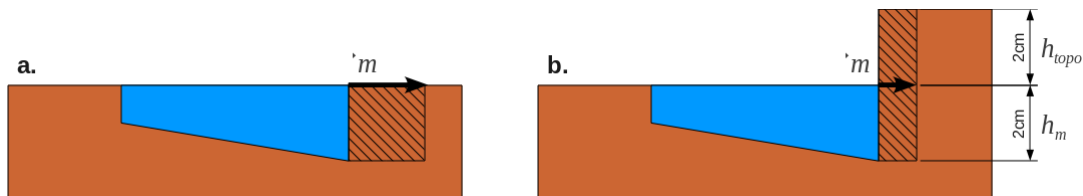


FIG 3.4 — Vue transversale de la migration d'une section de chenal (a) sans et (b) avec une berge surélevée à éroder. Le vecteur représente la migration, la surface hachurée la zone à éroder. La diminution de migration induite par la berge surélevée conserve le volume érodé.

La portion de segment sur laquelle s'applique cette simulation d'érosion est identifiée à partir de l'équation suivante :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(z_{\text{topo}}) \odot U'_b \cdot \vec{\mathbf{N}} > 0 \quad (3.15)$$

La correction proposée revient à conserver le volume de sédiment érodé lors de la migration, comme illustré sur la figure 3.4. Elle est traduite par l'introduction d'un coefficient correctif :

$$\vec{\mathbf{m}} = c_e \cdot E \cdot U'_b \cdot \vec{\mathbf{N}} \quad (3.16)$$

avec c_e déterminé par :

$$\begin{cases} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(z_{\text{topo}}) \odot U'_b \cdot \vec{\mathbf{N}} < 0 \right) \Rightarrow (c_e = 1) \\ \left(\overrightarrow{\text{grad}}(z_{\text{topo}}) \odot U'_b \cdot \vec{\mathbf{N}} > 0 \right) \Rightarrow \left(c_e = \frac{h_m}{h_m + h_{\text{topo}}} \right) \end{cases} \quad (3.17)$$

La migration est gouvernée par les mêmes équations que dans le modèle à pente constante, l'application du coefficient correctif restant limitée aux portions de segments sous correction d'altitude.

3.3 Comparaison des modèles à pentes constante et variable

Cette section présente une étude comparée de simulations menées dans les mêmes conditions d'une part avec l'algorithme à pente constante, d'autre part avec celui à pente locale, afin d'en faire ressortir les similitudes et les différences. Une première partie est dédiée à l'obtention d'un tracé initial de référence qui sera utilisé pour ce test et les suivants. Les deux modèles sont alors comparés, d'abord à court terme (2 500 itérations), puis à long terme (100 000 itérations). Le paramétrage utilisé pour les simulations de cette partie est résumé dans le tableau 3.1.

paramètre	valeur	unité
débit	1000	$m^3 \cdot s^{-1}$
largeur	100	m
longueur de la plaine	30	km
pente de la plaine	0,003	\emptyset
coefficient de frottement	0,0036	\emptyset
coefficient d'affouillement	3	\emptyset
coefficient de courants secondaires	3	\emptyset
érodibilité	1	$s \cdot an^{-1}$
nombre d'itérations	100 puis 100 000	\emptyset

TABLE 3.1 – Paramétrage utilisé pour la comparaison des modèles à pente constante et à pente variable.

3.3.1 État initial de référence

Afin de ne pas imposer accidentellement la longueur d'onde développée par les méandres, les tests et simulations ne seront pas initialisés avec un tracé sinusoïdal mais avec une ligne droite porteuse d'un bruit aléatoire normalisé. Toutefois, le lissage du tracé par les

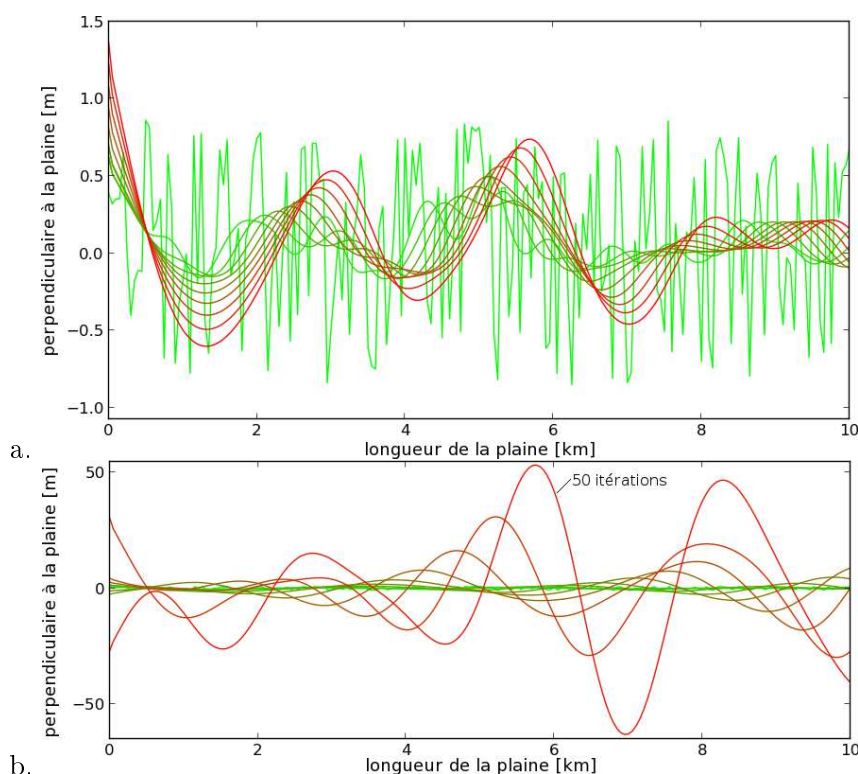


FIG 3.5 – Création du tracé de référence par lissage, à l'aide du modèle à pente constante, d'une ligne aléatoirement perturbée. **(a)**, évolution au cours des dix premières itérations **(b)**, développement du tracé jusqu'à l'itération 50 (représentation toutes les 5 itérations). Zoom sur les 10 premiers kilomètres et forte distortion – 2,5 m puis 100 m de largeur ; les courbes vertes correspondent aux premières itérations, les courbes rouges aux dernières. Le tracé retenu pour initialiser les simulations à venir est la courbe rouge la plus ample, sur la vignette b.

premières itérations ne sera fait qu'une fois, avec le modèle à pente constante, et le tracé obtenu sera réutilisé pour initialiser les simulations suivantes.

Le domaine de simulation fait 100 km de long et sera tronqué au besoin. Les autres paramètres sont les mêmes que dans le tableau 3.1. La simulation est initialisée avec une ligne droite perturbée par un bruit blanc. Le développement des méandres se produit très rapidement et est illustré pour les itérations 1 à 10 (figure 3.5.a). Ensuite, les boucles de méandres se développent avec une longueur d'onde relativement stable et une migration vers l'aval assez marquée au cours des cinquantes premières itérations (figure 3.5.b).

L'évolution du tracé de la ligne médiane au fil des itérations est donné figure 3.5. On peut voir qu'il se lisse rapidement. Le tracé qui servira à initialiser les simulations suivantes est celui de la cinquantième itération.

3.3.2 Évolution planimétrique

Nous comparons d'abord l'évolution des méandres à partir du tracé de référence présenté sur la figure 3.5.b. La comparaison s'arrête dès qu'un recoupement de méandre est détecté, ce qui revient à l'introduction d'un nouveau tracé et ne permet plus les comparaisons. Le premier recoupement est observé avec l'algorithme à pente constante à l'itération 2 500. Les résultats des deux simulations sont représentés côte-à-côte sur la figure 3.6.

Dans un premier temps, aucune différence notable n'est perceptible dans la migration

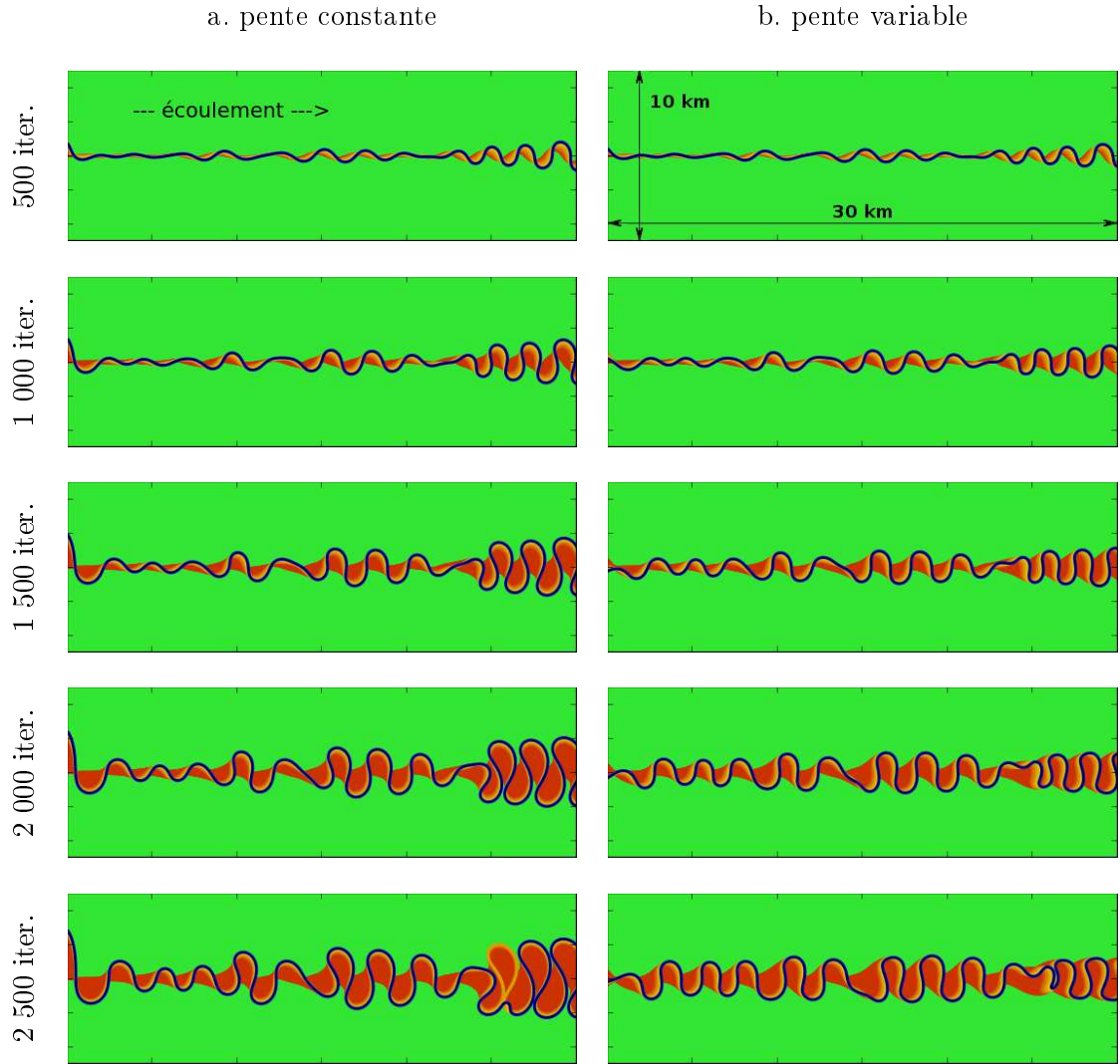


FIG. 3.6 — Comparaison du développement des méandres avec les modèles à pente constante (a) et variable (b). Les migrations sont représentées toutes les 500 itérations (en jaune, la migration au cours des 500 dernières itérations; en rouge les migrations plus anciennes). La dernière itération (2 500) correspond au premier recoupement de méandre (modèle à pente constante). Les paramètres de simulation figurent dans le tableau 3.1.

avant 500 itérations. À partir de l'itération 1 000, dans le modèle à pente constante, les méandres qui avaient amorcé une migration rapide la poursuivent, les autres continuent à migrer faiblement. Ce phénomène de succession de trains de méandres à amplitude exacerbée puis réduite ne s'observe pas dans le tracé obtenu avec le modèle à pente variable, pour lequel l'ensemble des méandres se développe de façon simultanée. L'explication de ce phénomène réside dans la faible amplitude des perturbations initiales : la pente locale s'écarte tout d'abord très peu de la pente moyenne, fournissant des résultats semblables avec les deux modèles, puis, lorsque les variations deviennent conséquentes, c'est l'inertie de l'écoulement dans le modèle à pente variable qui lisse le signal. À partir de l'itération 2 000, on note avec l'algorithme à pente variable un net ralentissement de la vitesse d'extension des méandres, associé à un arrondissement de leur forme.

Après cette description qualitative des tracés obtenus, nous présentons une comparaison des paramètres caractéristiques des chenaux méandriformes. Afin de capturer une image stable de ces paramètres, nous avons prolongé les simulations jusqu'à 10 000 itérations, ce

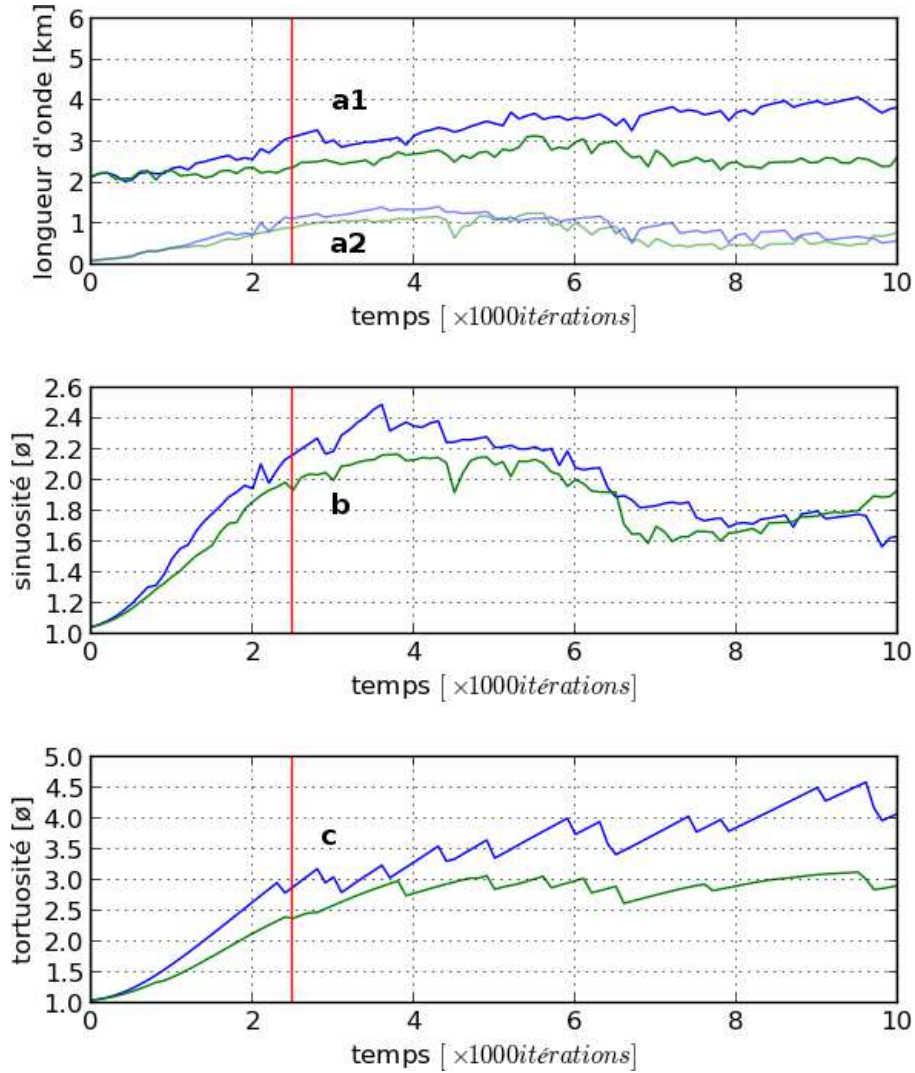


FIG 3.7 – Évolution à court terme des paramètres décrivant le tracé méandrique : **(a1)** la longueur d'onde, **(a2)** l'amplitude, **(b)** la sinuosité et **(c)** la tortuosité (**en bleu** le modèle à pente constante et **en vert** celui à pente variable). Le **trait rouge** (itération 2 500) correspond à la dernière itération présentée sur la figure 3.6.

qui permet d'avoir plusieurs recouvrements de méandres. La longueur d'onde (distance entre deux points d'inflexion), atteint une valeur stable autour de $2,5 \text{ km}$ avec l'algorithme à pente variable, valeur autour de laquelle elle oscille jusqu'à 7 000 itérations avant de se stabiliser (figure 3.7.a1). Par contre, dans l'algorithme à pente constante, la longueur d'onde n'est pas stable et croît régulièrement pour atteindre après 10 000 itérations une valeur de 4 km , soit 1,6 fois celle de l'algorithme à pente variable (figure 3.7.a1). L'amplitude des méandres (hauteur d'un rectangle d'une demi-longueur d'onde de longueur donnant une aire équivalente à celle de la boucle de méandre) est de même ordre (entre 0,5 et 1 km) mais toujours supérieure avec le modèle à pente constante, traduisant les observations sur les migrations latérales de certaines boucles de méandres dans le modèle à pente constante (figure 3.7.a2). La sinuosité (rapport de la longueur du chenal à celle de la ligne brisée reliant les points d'inflexion, [Camporeale 07]), ne montre pas de tendance marquée. L'algorithme à pente constante donne des valeurs plus fortes jusqu'à 9 000 itérations, où la tendance s'inverse (figure 3.7.b). La tortuosité, (rapport de la longueur du chenal à la longueur de la

plaine d'inondation, [Camporeale 07]), est systématiquement supérieure avec le modèle à pente constante et l'écart semble croître avec l'évolution des méandres.

Pour expliquer ces différences dans les paramètres décrivant un tracé méandrique, nous proposons d'analyser l'évolution d'un méandre individuel. Au fil de son développement, un méandre redistribue sur sa longueur la dénivelée faiblement changeante entre ses deux extrémités. Il en découle une diminution de sa pente constante, entraînant un ralentissement de l'écoulement qui se traduit par une moindre puissance érosive, et donc un ralentissement de la déformation du tracé à l'échelle du méandre. Le modèle à pente variable reproduit bien cet effet. On peut également constater que l'arrondissement des méandres résulte d'une relative stabilité de leur partie amont combinée à une migration vers l'aval de leur partie aval. La stabilité à l'amont de l'apex provient de ce que la pente locale diminue jusqu'à se voir annulée par la correction implémentée ici : l'écoulement est ralenti par les frottements, d'où une chute de la puissance érosive et faible modification du tracé sur cette portion du méandre. La migration de la partie aval est causée par une augmentation de la pente approximativement au franchissement de l'apex. L'écoulement accélère progressivement, atteint son maximum peu après et, du fait de la courbure, érode la berge externe, qui se trouve à l'aval. Le modèle à pente constante, simulant l'écoulement sur une même pente pour la totalité du chenal, est incapable de capturer cet affaiblissement de l'extension d'un même méandre.

Dans la simulation à pente constante, certains trains de méandres se développent plus rapidement que d'autres, qui migrent très peu. Cette différence de comportement se produit dès le départ : les méandres qui ont les plus fortes courbures initiales migrent le plus puisque l'algorithme à pente constante relie la migration à la perturbation de vitesse, dépendante de la seule courbure et non de la pente réelle qui diminue avec l'extension de la boucle. Le calcul de l'écoulement moyen sur une pente moyenne revient à distribuer de façon égale la puissance érosive sur toute la longueur du chenal. L'intensité de la migration n'est alors plus déterminée que par la perturbation de vitesse, ne dépendant elle-même que de la seule courbure. Cependant, l'allongement rapide de certains méandres contribue à diminuer la pente moyenne (rapport de la longueur du chenal sur la différence d'altitude en entrée et sortie de domaine) ralentissant ainsi la migration de tous les méandres, d'où la très faible migration de ceux déjà peu développés. Ce phénomène est un artefact lié à la distribution de la puissance érosive sur l'ensemble du chenal. Il est particulièrement visible avant que ne se produisent des recoupements réguliers de méandres car l'ensemble du tracé est au même stade de développement. Même après que le chenal ait atteint son état d'équilibre dynamique, longueur totale stable traduisant l'équilibre entre l'allongement lié au développement des boucles et le raccourcissement lié à leurs recoupements, l'amplitude des boucles continue à croître sans ralentissement, s'étendant ainsi sur un large domaine. Par contre, dans le cas de la simulation à pente locale, cette monopolisation de la puissance érosive au profit de quelques méandres ne peut se produire du fait du calcul local de l'écoulement. Il en résulte un développement homogène des trains de méandres.

Après avoir présenté les éléments expliquant les différences entre les développements des méandres avec chacun des deux algorithmes, nous nous intéressons à l'évolution de ceux-ci à un très long terme, jusqu'à 100 000 itérations (poursuite des simulations précédentes). Cette démarche présente un intérêt numérique pour apprécier la stabilité des algorithmes, même si l'on sait que, dans la nature, les tracés des cours d'eau connaîtront un certain nombre d'avulsions sur cette période de temps, initiant de nouveaux tracés (ainsi l'étude de [Berendsen 02], portant sur la partie fluviale du delta du rhin, indique que la durée d'activité des branches est de 1000 ans en moyenne). Ces simulations à long terme permettront de quantifier les évolutions des migrations par trains de méandres dans les simulations à

pente constante et d'apprécier la taille de la ceinture de chenaux associée à chacun des types de simulation. Nous avons adopté la même représentation que lors de l'analyse précédente, mais en montrant cette fois les résultats avec un pas de 20 000 itérations (figure 3.8).

L'évolution des tracés présentés sur la figure 3.8 montre qu'à long terme le modèle à pente constante favorise la divagation des méandres, conduisant à un tracé qui s'éloigne fortement de la direction de plus forte pente, alors que le modèle à pente variable contraint la migration sur une bande proche de la pente générale, conduisant à une ceinture de chenaux beaucoup plus étroite. De nombreuses boucles multi-lobes sont obtenues avec la simulation à pente constante, figure pourtant rare dans les systèmes naturels.

Dans la simulation à pente variable, la largeur de la ceinture de méandres se stabilise autour de 10 *km* dès l'itération 60 000. À l'inverse, la ceinture de méandres de la simulation à pente constante s'élargit sans cesse, pour dépasser les 20 *km* de large à la fin de la simulation. Cette évolution de la largeur de la ceinture de chenaux dans le modèle à pente constante résulte de deux phénomènes : l'absence de ralentissement dans la migration (une fois le tracé méandriforme bien développé, les recoupements de méandres ne modifient que peu la pente moyenne) ; l'indépendance de la migration par rapport à la direction de la pente du domaine. Il convient de noter que le modèle ne suit grossièrement le gradient de pente topographique que parce que ces extrémités sont contraintes sur les limites amont et aval du domaine. L'absence de divagation dans la simulation à pente variable résulte, comme indiqué dans l'étude à court terme, de la contrainte forte appliquée par la pente de la plaine. Si une portion du chenal migre en s'écartant de cette direction, sa pente diminue rapidement, évitant ainsi une plus ample rotation.

L'examen sur le long terme des paramètres décrivant un tracé méandriforme (figure 3.9) conforte largement les résultats obtenus sur les simulations à court terme. La longueur d'onde ne se stabilise qu'après quelques dizaines de milliers d'itérations dans ces deux simulations pour obtenir des valeurs 10-20% supérieures à celles observées sur les simulations à court terme (figure 3.7). Dans le cas du modèle à pente variable, la longueur d'onde oscille autour d'une valeur égale à 3 *km* dès 15 à 20 000 itérations. Cette valeur est 20% supérieure à celle observée sur les 10 000 premières itérations. Dans le modèle à pente constante, la longueur d'onde semble montrer une croissance de plus en plus faible, laissant entrevoir une stabilisation vers 4,5 *km* autour de 35 000 itérations, valeurs de 12% supérieure à celle obtenue à court terme. L'amplitude à long terme oscille d'une façon très comparable à celle observée à court terme (entre 0,5 et 1 *km*). Les amplitudes du modèle à pente constante restent toujours supérieures à celles du modèle à pente variable. Les sinuosités obtenues avec chacun des modèles restent comparables et oscillent entre 1,6 et 2, valeurs tout-à-fait comparables à celles observées à court terme. Les tortuosités ne diffèrent guère entre les modèles et oscillent entre 2,5 et 4,5. L'apparente différence observée sur le court terme disparaît à long terme, même si la tortuosité du modèle à pente constante est en moyenne supérieure à celle du modèle à pente variable, ce constat recoupe la divagation du cours d'eau soulignée dans la simulation à pente constante.

Ces résultats montrent l'émergence de l'équilibre statistique dynamique décrit notamment par [Camporeale 05] : la longueur d'onde, la tortuosité et la sinuosité s'établissent à des valeurs moyennes autour desquelles elles oscillent. Si la longueur d'onde du modèle à pente moyenne est plus élevée que celle du modèle à pente locale, les sinuosités et tortuosités des deux modèles sont voisines.

Une étude de sensibilité au voisinage des paramètres initiaux de ces simulations montre que les deux modèles répondent de la même façon aux variations des paramètres et que les conclusions précédentes restent valables (annexe B).

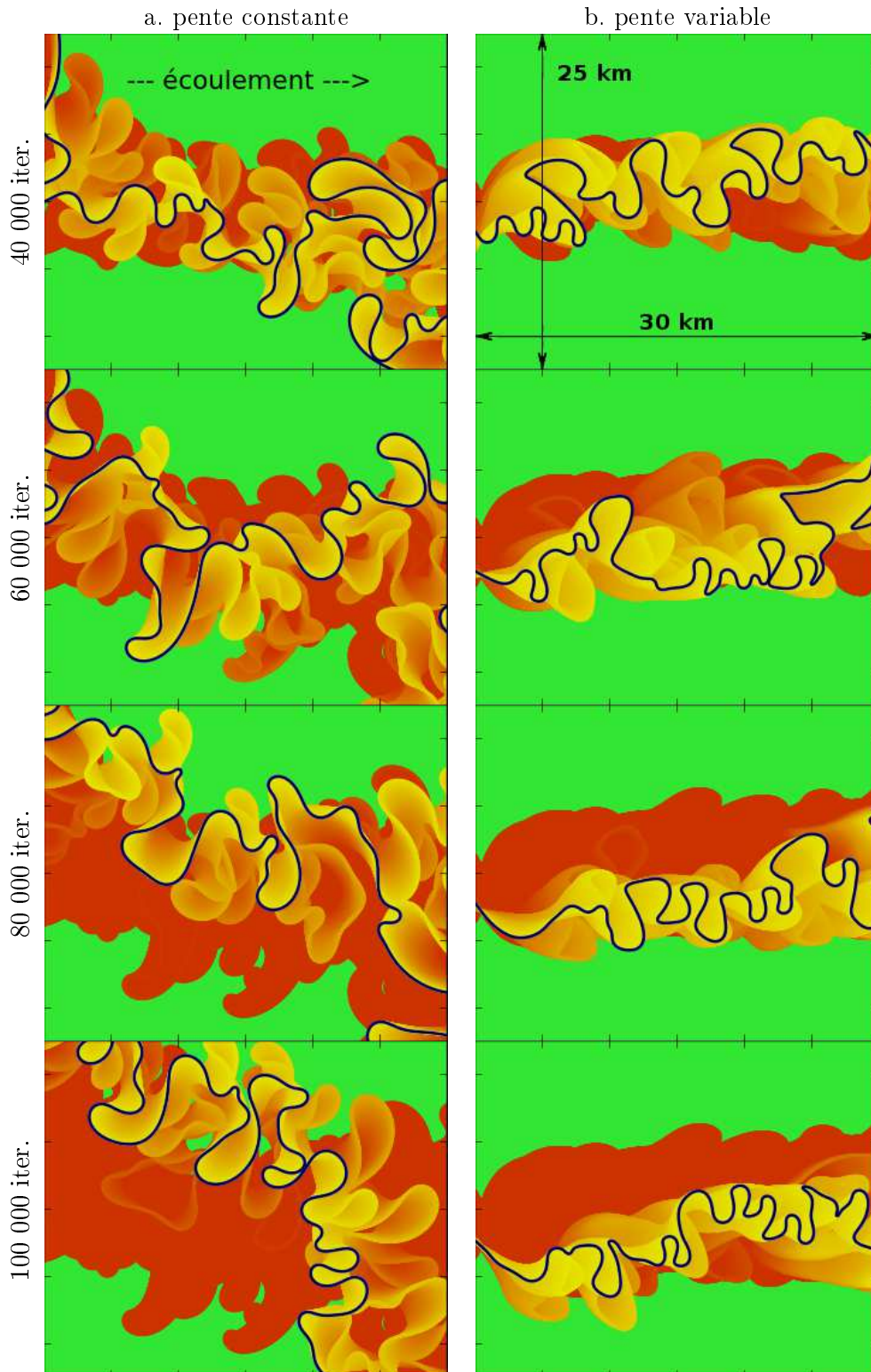


FIG 3.8 — Comparaison des ceintures de chenaux construites par les modèles à pente constante (a) et variable (b). Les migrations sont représentées toutes les 20 000 itérations (en jaune-orange, la migration au cours des 20 000 dernières itérations; en rouge les migrations plus anciennes). Les paramètres de simulation figurent dans le tableau 3.1.

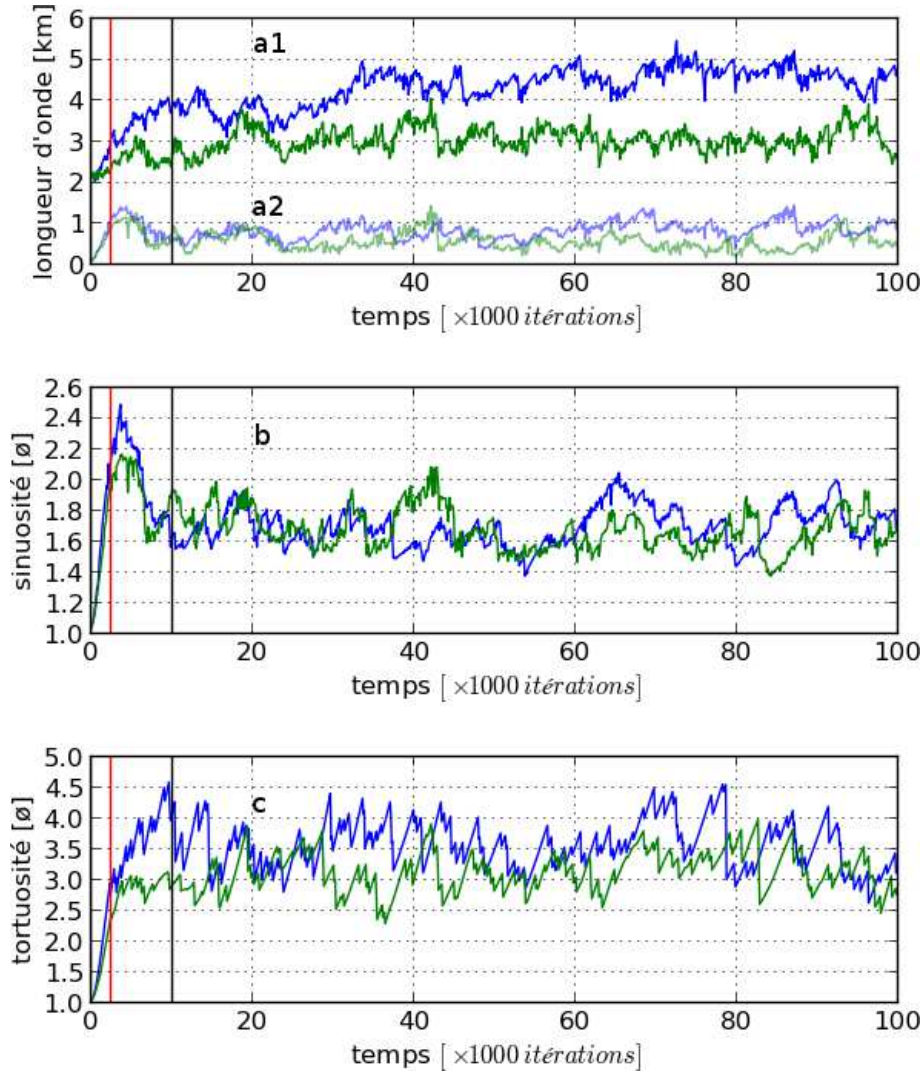


FIG 3.9 – Évolution à long terme des paramètres décrivant le tracé méandriforme : **(a1)** la longueur d'onde, **(a2)** l'amplitude, **(b)** la sinuosité et **(c)** la tortuosité (**en bleu** le modèle à pente constante et **en vert** celui à pente variable). Le **trait rouge** (itération 2 500) correspond à la dernière itération présentée sur la figure 3.6. **En gris** est indiquée l'itération 10 000, correspondant à la fin de la figure 3.7.

Les résultats des études à court et long terme montrent une amélioration des simulations avec le modèle à pente variable :

- un confinement naturel du chenal dans une ceinture de méandres, alors que le modèle à pente constante conduit à une large divagation du chenal,
- un développement homogène des méandres au lieu d'une succession de trains de méandres aux boucles exacerbées entre des zones de faible migration,
- un ralentissement de l'extension latérale des méandres avec leur maturation,
- une meilleure stabilité de la longueur d'onde.

Du point de vue statistique, le modèle à pente constante peut donc suffire à reproduire une vision globale d'un chenal méandriforme. En revanche, la prise en compte de la pente locale permet de simuler de manière plus réaliste le développement des méandres et leur migration.

3.3.3 Évolution des profondeurs moyennes dans les sections

Après avoir comparé les géométries en plan, nous nous intéressons maintenant aux variations de l'écoulement et de la profondeur moyenne des sections dans la simulation à pente variable. Les données sont extraites des simulations précédentes à court (figure 3.10) et long terme (figure 3.11). Dans la simulation à pente constante, la profondeur du chenal ne varie pas le long du tracé pour une itération donnée. Par contre, elle peut varier d'une itération à l'autre en fonction de la pente moyenne calculée à partir de la longueur du tracé (tracés bleus sur les figures 3.10 et 3.11). Au contraire, dans la simulation à pente variable, la profondeur du chenal est fonction de la pente locale variant le long du tracé pour une itération donnée. Ceci nous conduit à représenter pour chaque itération les profondeurs minimale, maximale et moyenne observées le long du chenal (tracés verts sur les figures 3.10 et 3.11).

Les résultats à court terme (10 000 itérations, figure 3.10) montrent que la profondeur du chenal varie peu (3,5 m) avec l'algorithme à pente constante. Cette valeur correspond d'ailleurs à la valeur moyenne obtenue avec l'algorithme à pente variable. Avec ce dernier algorithme, la profondeur minimale est autour de 2 m et la profondeur maximale croît au fil des itérations pour atteindre 25 m. Dans ces simulations à court terme la vitesse du modèle à pente constante diminue rapidement pour se stabiliser à environ $2,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, valeur très légèrement supérieure à la vitesse moyenne du modèle à pente variable. Dans ce dernier modèle, la vitesse minimale décroît également très rapidement pour atteindre $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, par contre la vitesse maximale est constante, à $4,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Ces tendances sont confirmées par les simulations à long terme (100 000 itérations, figure 3.11) : stabilité des profondeurs moyenne et minimale, croissance de la profondeur maximale jusqu'à des valeurs de 60 m puis oscillations à $40 \pm 20 \text{ m}$ et stabilité des vitesses moyenne et maximale.

Une particularité des courbes des vitesses maximale et des profondeurs minimale est qu'elles présentent toutes deux un seuil, représentant leurs valeurs d'équilibre pour la pente de la plaine. En effet, cette pente est la plus grande que puisse rencontrer le chenal, lorsqu'il circule sur la plaine, pente à laquelle correspond la vitesse maximale de l'écoulement, et corrélativement la profondeur minimale qui lui est associée.

Les profondeurs maximales atteignent des valeurs très élevées, qui correspondent aux zones sur lesquelles s'appliquent la correction de pente (figure 3.12) destinée à éviter

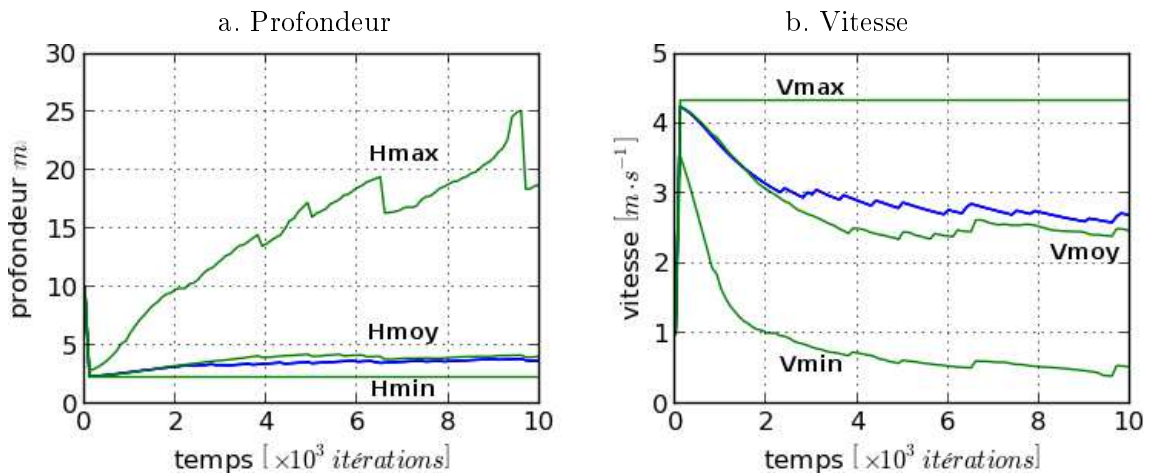


FIG 3.10 — Évolution temporelle à court terme de la profondeur du chenal (a) et de la vitesse d'écoulement (b), (courbes bleues, modèle à pente constante; courbes vertes, modèle à pente variable).

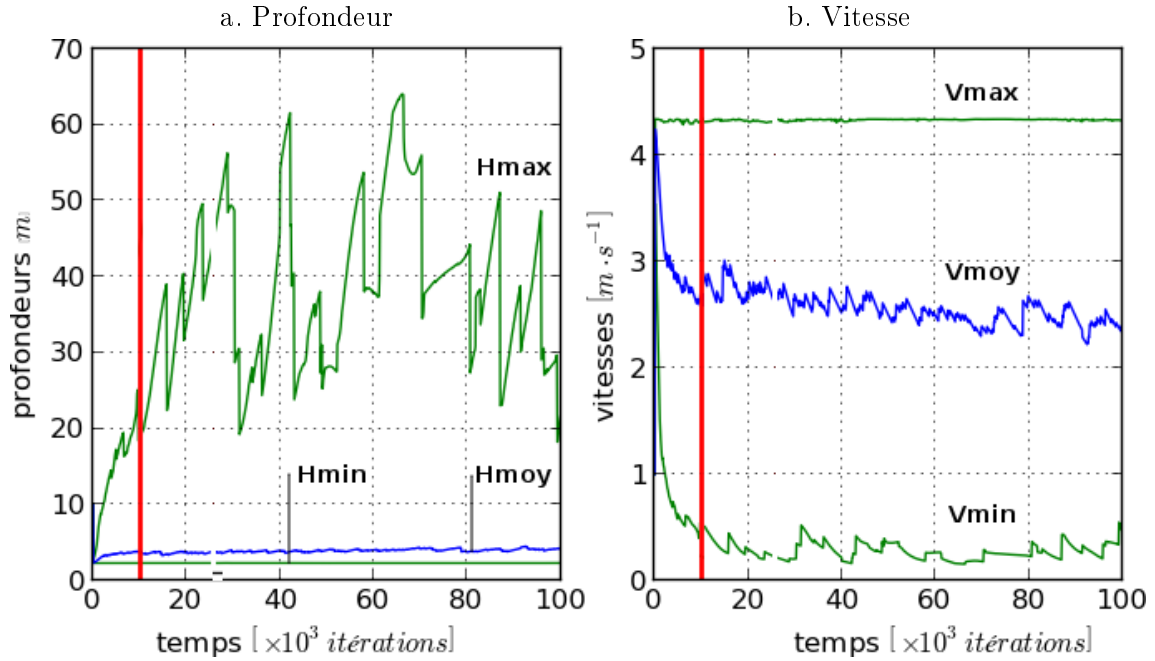


FIG 3.11 – Évolution temporelle à long terme de la profondeur du chenal (a) et de la vitesse d'écoulement (b), (courbes bleues, modèle à pente constante; courbes vertes, modèle à pente variable). Le marqueur rouge situe la dernière itération représentée sur la figure 3.10.

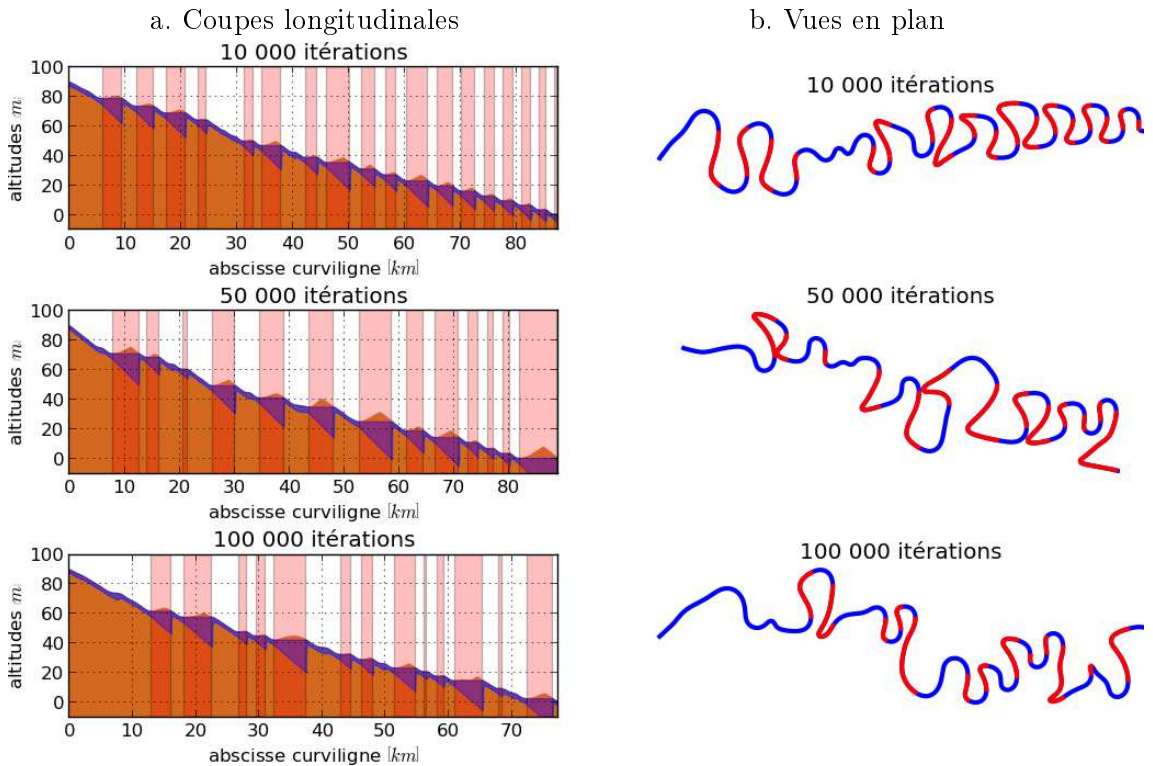


FIG 3.12 – Évolution spatiale de la profondeur dans les sections du chenal simulé avec le modèle à pente variable à trois itérations différentes. Les tronçons pour lesquels la pente de la surface libre est nulle sont surlignés en rouge. (a) coupes longitudinales, (b) vues en plan.

une surface libre ascendante. En effet dans ces zones, la correction revient à annuler la pente, induisant une réduction de la vitesse d'écoulement, compensée par la profondeur pour garantir la conservation du débit. Plus de la moitié du tracé est affectée par cette correction dès l'itération 4 000.

3.4 Traitement l'augmentation de profondeur

3.4.1 Quantification de l'augmentation de profondeur

Afin d'appréhender ce phénomène de manière quantitative, on considère le cas d'étude suivant : comment évolue l'écoulement moyen, initialisé à son état de référence, sur une zone plane prolongée indéfiniment ? Pour que le raisonnement ait une portée générale, on utilise la formulation adimensionnée ([Lopez 03]) pour l'équation permettant de calculer la vitesse moyenne dans chaque section (équation 3.20).

$$s^{ad} = \frac{s}{B} \quad ; \quad u^{ad} = \frac{u}{U_r} \quad ; \quad I^{ad} = \frac{B}{H_r} \cdot I \quad ; \quad H^{ad} = \frac{H}{H_r} \quad (3.18)$$

$$Q^{ad} = \frac{Q}{2 \cdot B \cdot H_r \cdot U_r} \quad ; \quad F = \frac{U_r}{\sqrt{g \cdot H_r}} \quad ; \quad C_f^n = \frac{B}{H_r} \cdot C_f \quad (3.19)$$

$$U^{ad} \cdot \frac{\partial U^{ad}}{\partial s^{ad}} + \frac{C_f^n}{Q^{ad}} \cdot U^{ad3} = \frac{I^{ad}}{F^2} \quad (3.20)$$

où F est le nombre de Froude. L'état initial est décrit par :

$$\begin{cases} U|_{s=0} = U(0) = U_r \\ H|_{s=0} = H(0) = H_r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U^{ad}|_{s^{ad}=0} = U^{ad}(0) = \frac{U(0)}{U_r} = 1 \\ H^{ad}|_{s^{ad}=0} = H^{ad}(0) = \frac{H(0)}{H_r} = 1 \end{cases} \quad (3.21)$$

Du fait de l'annulation de la pente de la surface libre, l'écoulement moyen est régi par une équation différentielle simplifiée aisément intégrable :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^{ad}}{\partial s^{ad}} + \frac{C_f^n}{Q^{ad}} \cdot U^{ad2} &= 0 \Rightarrow -\frac{1}{U^{ad2}} \cdot \frac{\partial U^{ad}}{\partial s^{ad}} = \frac{C_f^n}{Q^{ad}} \\ &\Rightarrow \frac{\partial}{\partial s^{ad}} \frac{1}{U^{ad}} = \frac{C_f^n}{Q^{ad}} \\ &\Rightarrow \frac{1}{U^{ad}} = \frac{C_f^n}{Q^{ad}} \cdot s^{ad} + C^{te} \\ &\Rightarrow U^{ad} = \frac{1}{\frac{1}{U^{ad}(0)} + \frac{C_f^n}{Q^{ad}} \cdot s^{ad}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

où la constante d'intégration C^{te} est déterminée en posant écrivant cette expression en $s = 0$. L'évolution de la hauteur d'eau suit donc l'équation :

$$H^{ad} = \frac{Q^{ad}}{U^{ad}} = \frac{Q^{ad}}{U^{ad}(0)} + C_f^n \cdot s^{ad} = H^{ad}(0) + C_f^n \cdot s^{ad} \quad (3.23)$$

Cette formulation traduit l'évolution linéaire de la profondeur avec l'abscisse curviligne dans les zones où la correction est appliquée (figure 3.12.a).

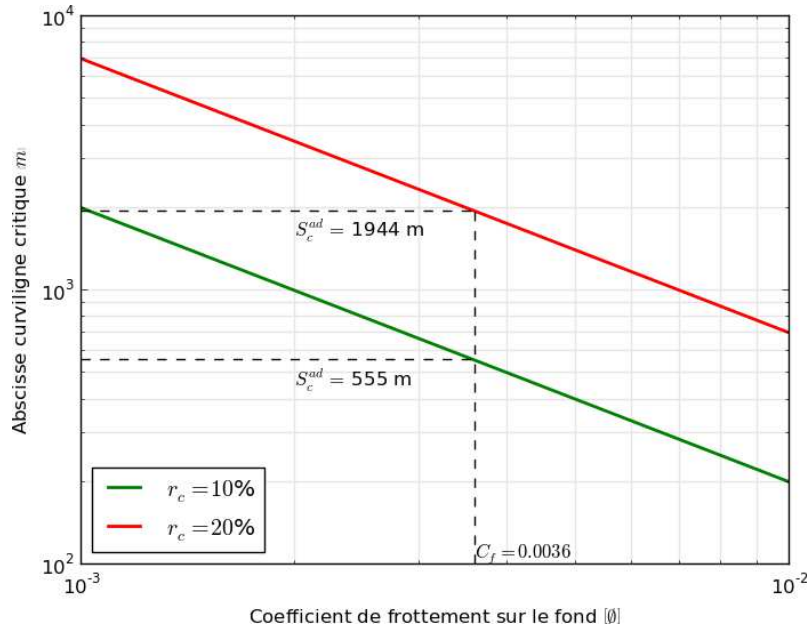


FIG 3.13 – Longueur critique d'un écoulement à surface libre horizontale en fonction du coefficient de frottement non normalisé, pour un chenal de 3 m de profondeur de référence et de 100 m de large. Deux valeurs du ratio critique sont proposées. Pour chacune, une longueur critique est donnée au delà de laquelle l'évolution horizontale de l'écoulement engendre un approfondissement tel que le ratio critique est excédé. L'exemple cité dans le texte ($C_f = 0,0036$) est représenté par la construction en traits interrompus. Les deux axes sont à échelle logarithmique.

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution de r le ratio de h la hauteur d'eau à la position s par B_r la demi-largeur du chenal (invariante par rapport à s).

$$r(s) = \frac{H}{B} = \frac{H_r}{B} \cdot H^{ad} = r_r \cdot (H^{ad}(0) + C_f^n \cdot s^{ad}) \quad (3.24)$$

Pour conserver l'hypothèse des eaux peu profondes, ce ratio doit rester en dessous d'une valeur critique r_c (10%, au grand maximum 20%). Ceci implique donc de ne pas prolonger une circulation horizontale au delà d'une certaine longueur.

$$r < r_c \Rightarrow r_r \cdot (H^{ad}(0) + C_f^n \cdot s^{ad}) < r_c \Rightarrow s^{ad} < \frac{\frac{r_c}{r_r} - H^{ad}(0)}{C_f^n} \quad (3.25)$$

Les vitesses et hauteur d'eau adimensionnées moyennes à l'origine sont unitaires. On peut alors définir s_c^{ad} l'abscisse adimensionnelle critique à partir de laquelle le ratio r atteint la valeur r_c

$$s_c^{ad} = \frac{\frac{r_c}{r_r} - 1}{C_f^n} = \frac{r_c - r_r}{C_f} \quad (3.26)$$

Ainsi, pour une valeur critique du ratio de section il est possible de donner, en fonction du coefficient de frottement et du ratio de référence, une longueur de circulation horizontale à ne pas dépasser (figure 3.13), puisque la profondeur ne cesse de croître proportionnellement à la distance parcourue. Ainsi, pour un chenal de largeur 100 m, de profondeur de référence de 3 m et pour un coefficient de friction $C_f = 0,0036$, la surface libre ne doit donc pas être plane sur plus de 555 m (respectivement 1 944 m) pour ne pas dépasser un ratio critique de 10% (respectivement 20%). Cet exemple est représenté par la construction en

traits interrompus sur la figure 3.13. Cette longueur critique demeure dans le même ordre de grandeur que les longueurs d'ondes des simulations réalisées.

Les zones sur lesquelles cette condition critique est dépassée, en plus d'invalider l'hypothèse des eaux peu profondes, constituent des artefacts. Si l'apparition de ces artefacts reste ponctuelle, l'ensemble de la modélisation n'en souffrira que modérément. En revanche, s'ils sont systématiques et prolongés dans le temps et dans l'espace, c'est là une véritable limite du modèle. Dans notre cas, l'approfondissement récurrent générés par ces artefacts ne peut être ignoré dès 10 000 itérations. Pour la simulation à long terme de méandres libres sur un plan incliné, ce modèle doit donc être adapté. Nous proposons deux approches possibles dans le paragraphe suivant.

3.4.2 Adaptations du modèle à pente variable

Afin de palier l'apparition de telles profondeurs, deux approches peuvent être proposées. La première est un relâchement de la correction à pente nulle : elle revient à accepter des pentes très faibles ne ralentissant pas excessivement l'écoulement. La seconde correspond à une migration horizontale du chenal, l'altitude des points étant définie sur le plan incliné lors de l'initialisation de la simulation.

Ces deux approches ont été implémentées et testées sous la forme de quatre simulations, toutes initialisées à l'identique (tracé de référence et paramètres du tableau 3.1). Les trois premières illustrent la première approche : sans relâchement, puis avec un relâchement de correction d'un centième, puis enfin d'un dixième de la pente de la plaine. La quatrième simulation correspond à la seconde approche, avec une migration à altitude constante.

Les résultats de chacune de ces simulations sont présentés sur deux figures. Les cartes et profils des chenaux avec identification des zones de correction sont présentées sur la figure 3.15. L'évolution temporelle quantitative des profondeurs maximales, ainsi que de la fraction contrainte du chenal pour les simulations 1 à 3 sont illustrées sur la figure 3.14.

Par rapport au tracé de référence (figure 3.15.b), le relâchement de la contrainte introduit une modification importante du tracé (figure 3.15.c et d), diminue la profondeur maximale (figure 3.14.a) mais ne réduit pas la fraction de segments contraints (figure 3.14.b).

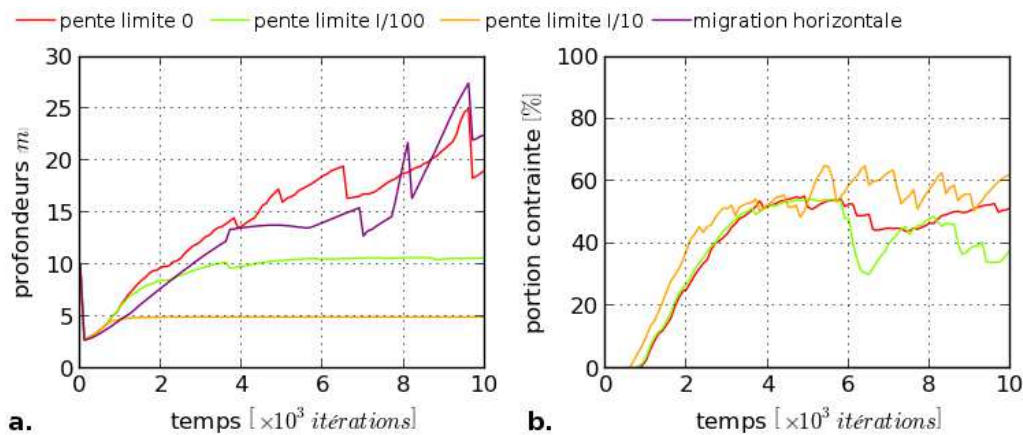


FIG 3.14 — Évolution au cours du temps de quatre variantes du modèle : pente dans les zones corrigées nulle (0), puis de un centième ($1/100$) et un dixième ($1/10$) de la pente de la plaine, et migration des sections à altitude bloquée (*migration horizontale*). (a) les valeurs maximales des profondeurs moyennes de section, (b) la proportion de points contraints à une autre altitude que celle de la topographie (à l'exception de la variante *migration horizontale*, pour laquelle cette information n'est pas pertinente).

a. Algorithme à pente constante

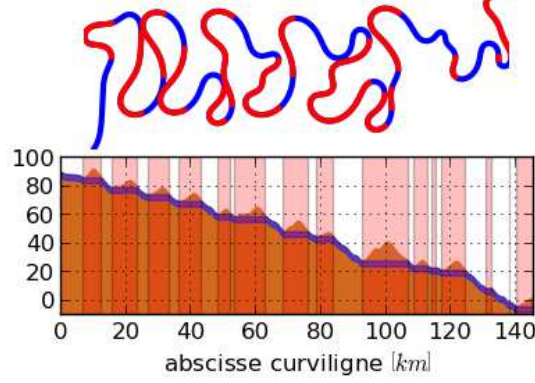
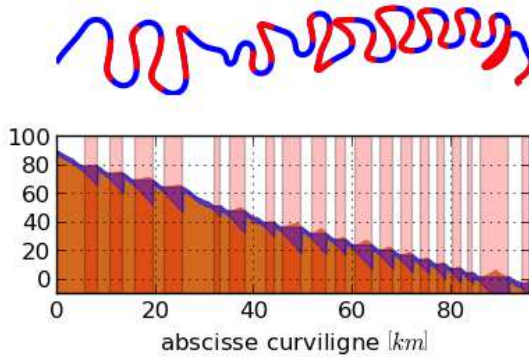
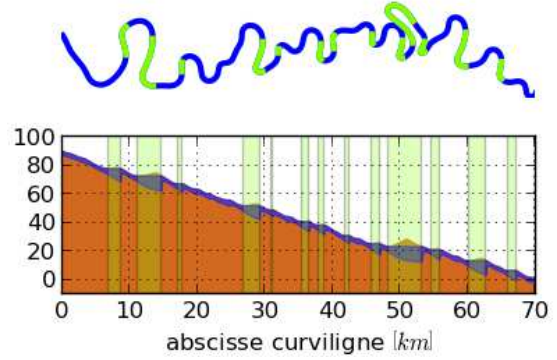
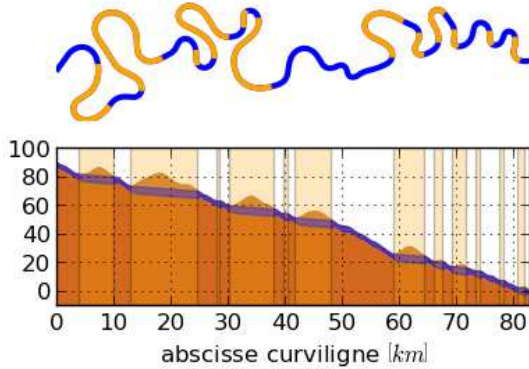
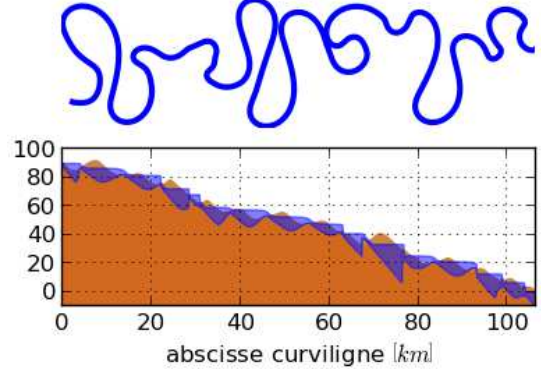
b. Algorithme à pente variable
(pente limite nulle)c. Algorithme à pente variable
(pente limite $I/100$)d. Algorithme à pente variable
(pente limite $I/10$)e. Algorithme à pente variable
(migration horizontale)

FIG 3.15 — Profils et cartes à l'itération 900 des différents modèles : pente constante pour témoin (a), pente variable avec limitation de la pente à 0 (b), puis un centième (c) et un dixième (d) de la pente de la plaine, et enfin migration horizontale (e). Les portions de chenaux mises en évidence sont celles sur lesquelles les corrections de pente s'appliquent – surface libre contrainte à une autre altitude que celle de la topographie (à l'exception de la variante *migration horizontale*, pour laquelle cette information n'est pas pertinente).

La profondeur maximale de 10 *m* obtenue avec le relâchement à 1% est compatible avec l'hypothèse des eaux peu profondes, par contre sa valeur est excessive par rapport à la profondeur moyenne de 3,5 *m*.

Avec le relâchement à 10% la profondeur maximale de 5 *m* est tout-à-fait compatible avec l'hypothèse des eaux peu profondes et la profondeur moyenne de 3,5 *m*. Dans le cadre de la simulation (pente de la plaine de 3‰), cette limite est du même ordre de grandeur que la pente moyenne (0,8‰ pour une tortuosité de 4, figure 3.9). On est donc très proche du modèle à pente constante. Bien que la limite soit proche de la pente moyenne, le résultat des simulation est fort différent (figure 3.14.a) car la simulation à pente variable a permis une migration homogène et d'amplitude raisonnable des différentes boucles de méandres. Une comparaison avec des cours d'eau réels montre que cette simulation capture bien la géométrie des méandres (figure 3.16).

Les résultats de la simulation à altitude constante montrent une amplification de l'amplitude des méandres d'un facteur 2 (figure 3.15.e) et n'apporte aucune amélioration quand à la profondeur maximale (figure 3.14.a).

Le modèle à pente variable avec un relâchement raisonnable de la contrainte permet d'obtenir des tracés très réalistes tout en respectant les conditions des eaux peu profondes. Le relâchement de la contrainte conduit à un développement régulier des méandres et à une migration d'amplitude acceptable, comme le montre la comparaison à un système actuel (figure 3.16). La fraction contrainte du tracé est faible pour les premiers milliers d'itérations et atteint la moitié de la longueur dès que l'on dépasse 5 000 itérations. Ce modèle apporte une nette amélioration de la migration pour un temps de calcul du même ordre que celui du modèle à pente constante (doublement).

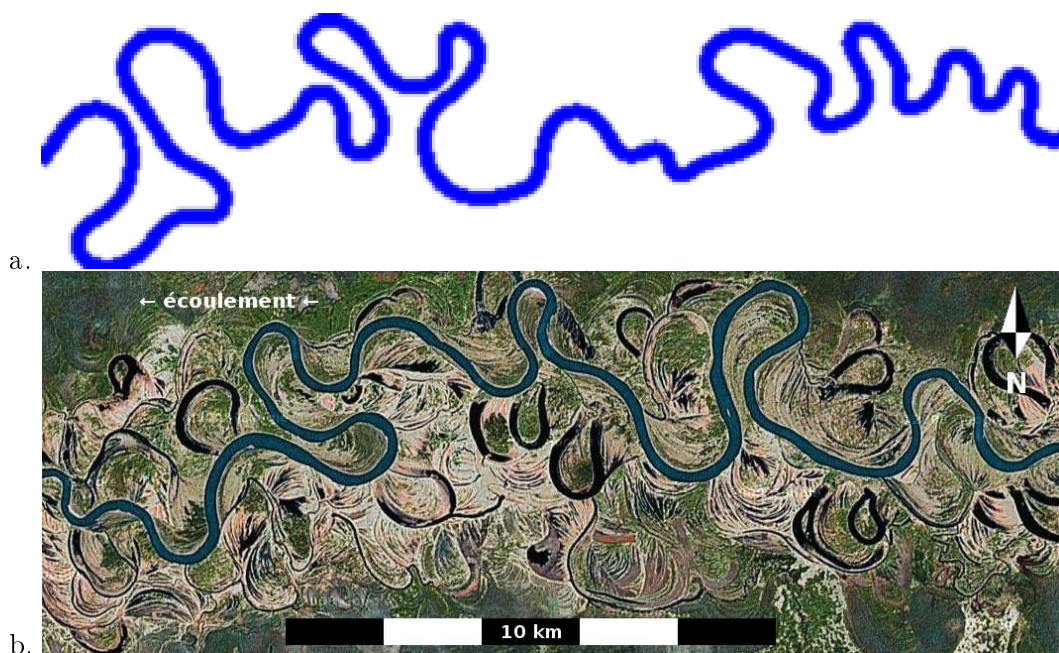


FIG 3.16 — Comparaison qualitative de la simulation avec relâchement de la correction de pente à 1/10 (a) avec un cours russe à proximité de Assino (b).

3.5 Conclusion sur le modèle à pente variable

On a vu dans ce chapitre que l'implémentation du modèle à pente variable présente plusieurs avantages sur le modèle à pente constante. Tout d'abord, la simulation des méandres considérés individuellement est améliorée : le modèle à pente variable permet de reproduire l'amortissement de leur vitesse d'extension au cours de leur développement, ce que ne permettait pas le modèle à pente constante. De plus les amplitudes finales des méandres libres sont nettement réduites avec le modèle à pente variable, et plus proches des amplitudes des méandres naturels. Le comportement des trains de méandres est lui aussi amélioré : l'auto-confinement en ceinture de chenaux est réalisé avec le modèle à pente variable, alors que l'aire balayée ne faisait que croître avec le temps dans les simulations à pente constante, et l'orientation de cette ceinture de chenaux est maintenant bien asservie à la direction de plus grande pente de la topographie.

Pour les simulations dans lesquelles il se produit régulièrement des avulsions, à une période inférieure à 3 000 itérations, les variations de profondeur du chenal avec la courbure sont tout à fait acceptables. Par contre, dans les simulations à long terme, supérieures à 3 000 itérations, il a été nécessaire d'introduire une correction de pente permettant d'interdire à la surface libre de remonter la pente et de garder une profondeur de chenal acceptable. Ces simulations conduisent à des morphologies des ceintures de chenaux et des tracés des cours d'eau proches de celles observées dans des systèmes naturels.

L'application au cas particulier des systèmes méandriformes confinés dans des vallées (confinement de type II) montre que le modèle à pente variable reproduit des morphologies très réalistes avec des boucles de méandres présentant des changements de courbure brusques et des tangences aux flancs de vallée. Dans le cas des systèmes confinés, une meilleure prise en compte des érodabilités locales devrait faciliter le calcul des paramètres pour la reproduction de systèmes naturels.

Ce modèle est peu coûteux en temps de calcul et apporte de nettes améliorations par rapport au modèle à pente constante. Par contre, une de ses faiblesses repose sur la géométrie de l'écoulement qui est définie *a priori* (surface libre sur la topographie). Nous nous proposons dans le prochain chapitre d'aborder la modélisation de l'écoulement directement à partir de la topographie du fond du chenal.

Chapitre 4

Application du modèle à pente variable à la modélisation des méandres confinés

Les résultats précédents montrent que le modèle à pente variable avec relâchement de la correction reproduit bien les géométries de systèmes non confinés s'écoulant sur de larges plaines. Dans ce qui suit, nous nous intéressons aux cours d'eau méandriformes confinés dans lesquels le développement des méandres est contraint par la géométrie d'une vallée.

En effet, ces rivières confinées sont très fréquentes en Europe du Nord et en Amérique du Nord. Après une rapide description des différentes conditions conduisant au confinement, nous présentons les caractéristiques de deux cours d'eau canadiens, la Beaver River et la Red Deer River, puis l'apport du modèle à pente variable en comparant à ces données réelles les résultats de simulations utilisant les modèles à pente constante et à pente variable.

4.1 Confinements spontané et morphologique des méandres

Les cours d'eau méandriformes voient leurs méandres se confiner naturellement à une bande appelée la ceinture de méandres. Les raisons de ce confinement sont multiples : recoupement des méandres, ralentissement de l'écoulement avec l'élongation des boucles, durcissement des argiles comblant les méandres abandonnés... À ce confinement naturel peut se surimposer un confinement morphologique lorsque le cours d'eau s'écoule dans une vallée qui restreint son évolution à l'intérieur d'une bande active plus étroite que la ceinture de méandres sur une plaine dégagée. C'est à ce type de confinement que les simulations à pente variable sont particulièrement adaptées. On classe le confinement des méandres en trois types [Nicol 10], allant du plus contraignant au plus souple :

type 1 : confinement strict. La largeur de la bande active est très inférieure à l'amplitude naturelle des méandres. Le confinement interdit alors le développement du moindre méandre (figure 4.1.a). Certaines rivières confinées de type 1 semblent présenter des méandres, cependant ceux-ci préexistaient lors de l'incision de la vallée. Le cours d'eau actuel se contente de suivre ce tracé, qu'il ne modifie pas, ou très peu.

type 2 : confinement régulier. La largeur de la bande active est plus importante mais inférieure à celle de la ceinture de chenaux. Elle permet l'amorçage des méandres mais leur développement est systématiquement stoppé par les limites peu ou

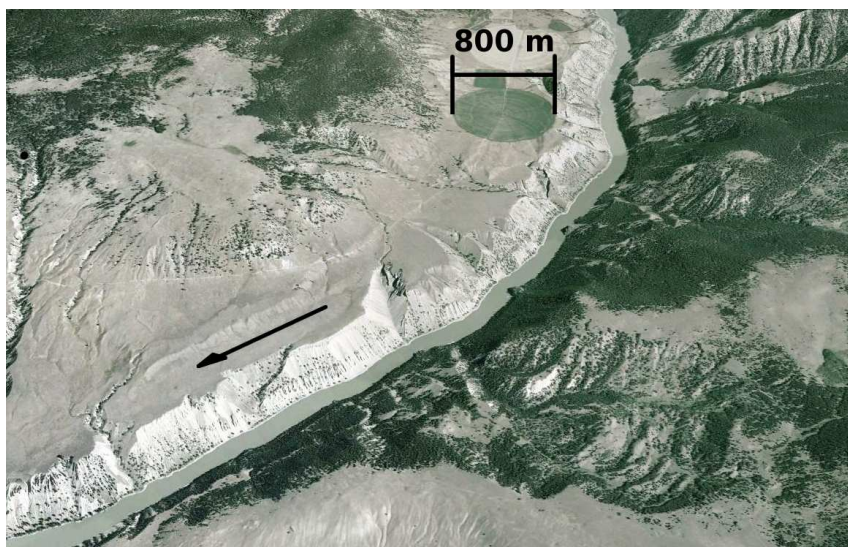
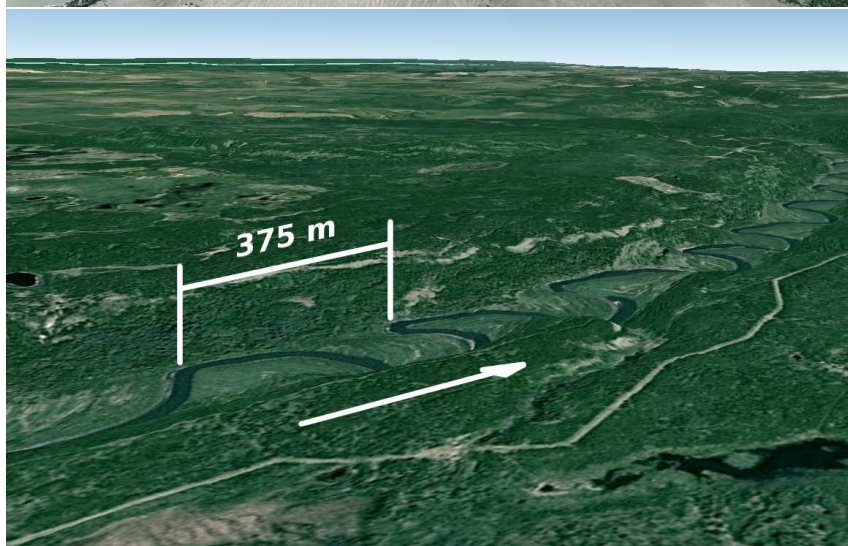
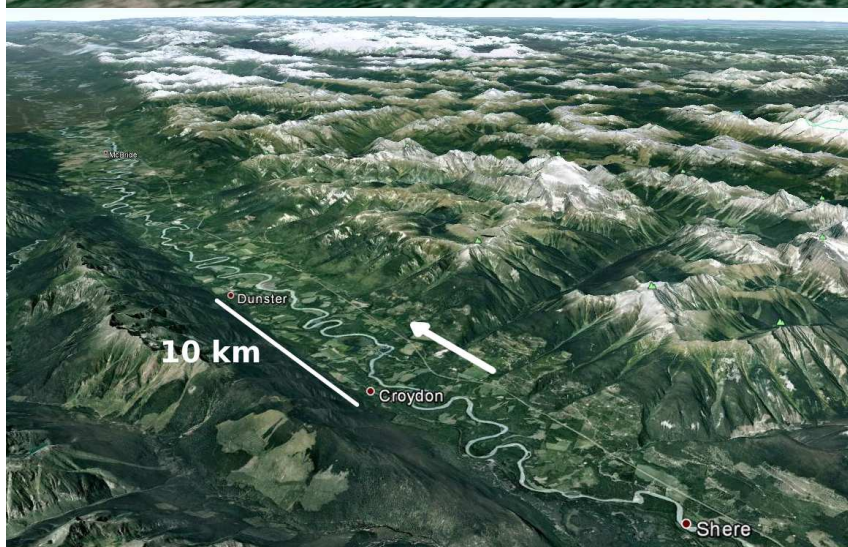
a.type 1
(strict)b.type 2
(régulier)c.type 3
(occasionnel)

FIG 4.1 — Portions de cours d'eau canadiens correspondant aux trois types de confinement. **Type 1** : confinement strict, la Fraser River en amont de Iron Rapid (relief à l'échelle); **Type 2** : confinement régulier, la Beaver River, en aval de Cold Lake (relief amplifié d'un facteur 3); **Type 3** : confinement occasionnel, la Fraser River, dans la Robson Valley (relief à l'échelle). (source : Spot Image, via Google Earth)

pas érodables de la bande active (figure 4.1.b).

type 3 : confinement occasionnel. La largeur de la bande active est semblable à la largeur naturelle de la ceinture de méandres. Elle a peu d'influence sur le développement des méandres. Leur géométrie n'est influencée par celle de la bande active que lorsque les boucles sont au contact des limites de la bande active et se déforment. L'utilisation d'un modèle de méandrage est intéressante dans les deux derniers cas, plus particulièrement dans le second type, le confinement régulier ; le troisième type pouvant être considéré comme un type 2 moins confiné.

Les cours d'eau s'écoulant dans des vallées confinées sont très répandus en Europe du Nord et en Amérique du Nord. Ce type de confinement résulte de la réponse des cours d'eau aux fluctuations climatiques liées aux cycles glaciaires / interglaciaires du Quaternaire. La construction des plaines alluviales actuelles sous l'influence climatique peut se résumer en trois grandes périodes, correspondant aux cycles quaternaires d'une durée d'environ 100 000 ans :

1. Une phase d'incision favorisée par de forts débits d'eau, souvent soutenus par des effets de débâcle et de faibles apports sédimentaires. Cette incision se place lors de la transition interglaciaire / glaciaire pour la zone amont. Elle se poursuit pendant la période de bas niveau marin pour la zone aval.
2. Une période de dépôt et de migration qui traduit un excès de charge sédimentaire par rapport au débit, puis un équilibre entre les deux. Il s'agit de la période froide pour la zone amont ou de la remontée du niveau marin pour la zone aval.
3. Un temps de migration avec la diminution du débit lors du retour vers les conditions climatiques de l'interglaciaire.

Cette évolution se traduit également par une réduction des dimensions du chenal et de la puissance hydraulique associée. Les cours d'eau actuels sont ainsi qualifiés de *sous-dimensionnés* en référence à leur puissance lors de l'incision. On parle aussi de la *métamorphose des cours d'eau*. Des exemples particulièrement intéressants peuvent être trouvés au Canada (figure 4.2), où les largeurs de vallées confinantes ont permis le développement

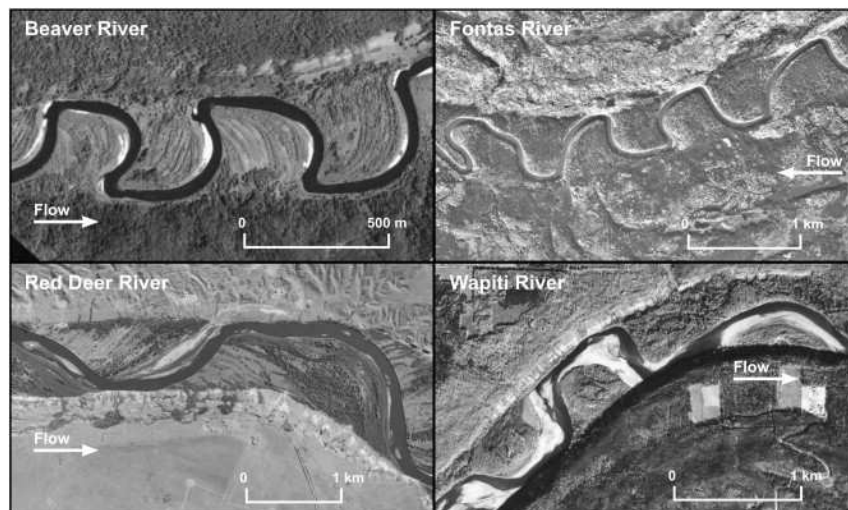


FIG 4.2 — Exemples de méandres confinés de type II (Canada), (tiré de [Nicol 10], figure 1). Les cours de la Beaver et de la Fontas river montrent un enchaînement très régulier de méandres qui se répète tout au long d'une vallée sinueuse d'une centaine de kilomètres. Par contre, le confinement est beaucoup plus irrégulier dans les cas de la Red Deer et de la Wapiti river, le long desquelles les trains de méandres confinés sont réduits à quelques méandres. [Nicol 10]

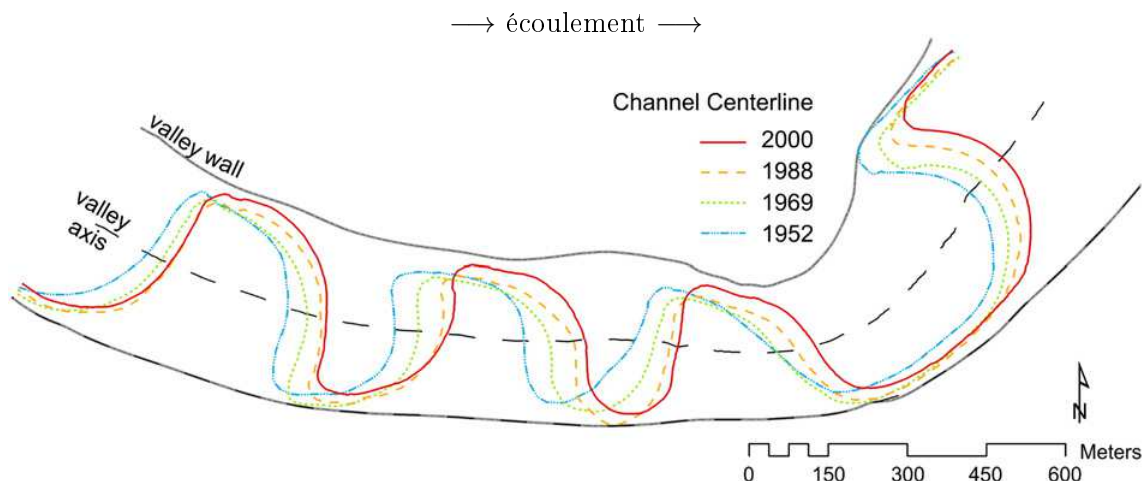


FIG 4.3 — Translation vers l'aval (droite) sans déformation des méandres de la Beaver River. Les lignes médianes sont extraites de photographies aériennes. (tiré de [Nicoll 10], figure 3).

de larges méandres tout en contraignant leur migration. Ces cours d'eau confinés de type 2 présentent des méandres d'une forme particulière. Les méandres butent très tôt dans leur développement contre les limites faiblement érodables de leur vallée, puis s'applatissent contre elles. Il en résulte une forme asymétrique composée d'un coude serré contre l'un des bords de la vallée suivi d'une courbe plus douce tangente au bord de la vallée, se terminant par une courbure plus marquée lorsque l'écoulement traverse la vallée pour rejoindre la bordure opposée de la vallée.

Les méandres confinés de type 2 sont très stables : la principale évolution qu'ils subissent est une translation vers l'aval (figure 4.3). Les recoupements sont par conséquent très rares dans ces systèmes confinés. Par ailleurs, ces méandres restent homogènes sur un même cours d'eau mais présentent une certaine variabilité de forme, visible sur la figure 4.2 : alors que la Beaver et la Fontas river entrent perpendiculairement en contact avec les limites de leur vallée, la Red Deer River touche ces limites avec un angle d'incidence moindre, d'environ 45° . Cette caractéristique dépend du degré de confinement de la rivière. Si la largeur de la vallée est inférieure à cinq fois la largeur du chenal, les angles d'incidence sont faibles, et l'on observe une migration comparable à la migration classique des méandres. Dans le cas contraire, lorsque l'angle d'incidence est proche ou dépasse les 90° [Burge 99], on observe la formation, contre la berge extérieure des coudes, d'une cellule de recirculation horizontale (Beaver river, figure 4.4, Fontas et Wapiti River, figure 4.2).

Le processus d'accrétion latérale dans les coudes est alors plus complexe que celui de la formation classique des barres de méandres. Il est nommé *accrétion tourbillonnaire* et peut être décomposé comme suit (figure 4.4.b) :

- Pendant les hautes eaux, une ride de séparation croît au centre de la cellule de recirculation, créant un lit secondaire plus élevé que le lit principal (figure 4.4.b, vignette i).
- Durant les épisodes d'étiage, le lit secondaire se trouve partiellement isolé et des sédiments fins s'y déposent (figure 4.4.b, vignette ii).
- Lors de la crue suivante, le lit principal et le lit secondaire progressent vers l'aval de la vallée par accrétion latérale. Ils forment ainsi une structure composite constituée de deux barres de méandre superposées et séparées par les dépôts fins du fond du chenal secondaire (figure 4.4.b, vignette iii).

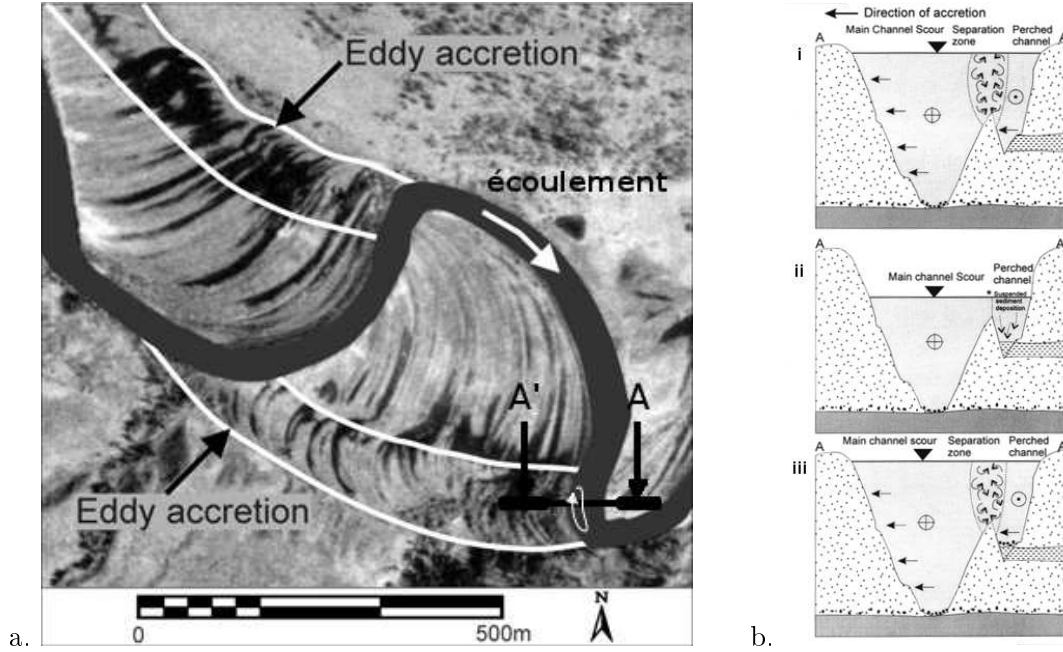


FIG 4.4 — Phénomène d'accrétion tourbillonnaire dans les méandres confinés à fort angle d'incidence (tiré de [Burge 99], figures 1 et 12). (a), vue en plan de la Beaver River, influence des accrétions classique et tourbillonnaire sur la géométrie des barres de méandres, les flèches blanches indiquent l'écoulement principal et la cellules de recirculation. (b), sections schématiques de l'écoulement avec la position de la cellule de recirculation (migration et développement de la ride de séparation lors d'une crue, décantation de fines dans le lit secondaire à l'étiage puis reprise du cycle).

Par la suite, nous retenons une rivière de chaque style : la Beaver river, très régulière, qui présente des coudes à 90° , et la Red Deer river, moins régulière mais seule à ne pas présenter ces coudes à 90° .

4.2 Exemples de modélisation du confinement des méandres

Camporeale ([Camporeale 05] et [Camporeale 08]) a montré que les recoupements de méandres engendrent l'émergence d'un équilibre statistique dynamique (longueur d'onde et amplitude des méandres), indépendant du modèle utilisé ([Ikeda 81] ; [Johannesson 89b] et [Johannesson 89a] ; [Zolezzi 01] et [Seminara 01]), après 10 à 20 000 itérations. Sur la base du modèle de méandrage à pente constante, d'autres auteurs ont étudié d'autres équilibres : l'auto-confinement naturel de la rivière dans une ceinture de méandres et le confinement morphologique dans une bande active plus étroite que la ceinture de méandres ([Howard 92], [Howard 96], [Sun 96] [Meakin 96]).

4.2.1 Confinement spontané en ceinture de méandres

Pour modéliser la formation des ceintures de méandres, Sun introduit un processus supplémentaire dans le développement des plaines alluviales : un durcissement progressif des argiles comblant les bras morts issus des recoupements de méandre, réduisant peu à peu leur érodabilité, de $1,85 \cdot 10^{-8}$ à $1,85 \cdot 10^{-10}$. Les érodabilités des sables et de la plaine d'inondation sont fixées à $1,85 \cdot 10^{-8}$. Ainsi, les bras abandonnés au coeur de la ceinture de méandres sont rapidement balayés par le chenal, ne permettant pas un durcissement significatif des dépôts argileux et donc une résistance à la migration. À l'inverse, les bras abandonnés en limite de ceinture de méandres sont visités plus tard par le chenal et leurs

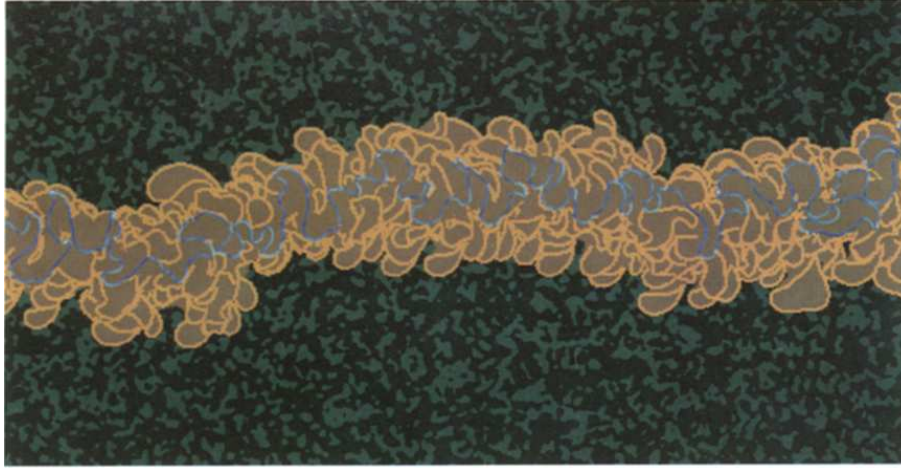


FIG 4.5 – Confinement naturel de la ceinture de méandres modélisé par un durcissement progressif des argiles de remplissage des bras morts. (tiré de [Meakin 96], figure 4c). Simulation sur 30 000 itérations à partir d'un chenal sub-rectiligne sur un substrat présentant une forte érodabilité avec de faibles variations (en vert marbré). Les dépôts de migration sont figurés en brun foncé et les bras morts comblés en brun clair.

dépôts, consolidés, lui opposent alors une plus forte résistance. À terme, ce sont donc des dépôts d'argile consolidés qui arment les limites de la ceinture de méandres et en restreignent ainsi le développement latéral (figure 4.5).

Dans son étude, [Howard 96] compare l'influence de plusieurs mécanismes sur l'évolution de la largeur de la ceinture de chenaux au cours du temps (figure 4.6). Les recoupements précoces des méandres par chenaux de chute s'avèrent être le mécanisme le plus efficace pour limiter et stabiliser la largeur de la ceinture de chenaux au cours du temps. Le confinement par seuls recoupements de méandres conduit à un élargissement de la ceinture de chenaux avec le temps. L'introduction d'une résistance des bouchons argileux comblant les bras morts permet d'ammortir cette croissance de la largeur de la ceinture de chenaux.

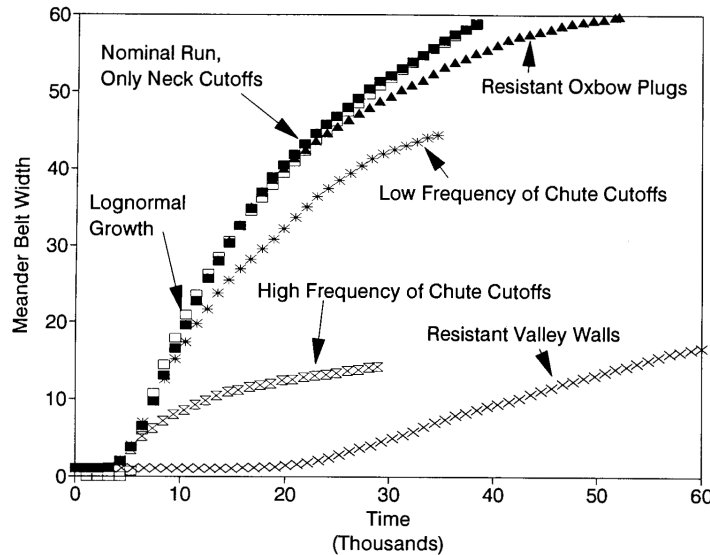


FIG 4.6 – Évolution temporelle de la largeur de la ceinture de méandres au fil des itérations en fonction des mécanismes de confinement. (tiré de [Howard 96], figure 2.11). La courbe *nominal run* est tracée à partir de simulations témoins comprenant les seuls recoupements de méandres. Celle annotée *resistant oxbow plugs* fait intervenir un durcissement des argiles comblant les bras morts. Les simulations donnant les courbes *high/low frequency of chute cutoffs* reproduisent des recoupements de méandre prématurés par chenaux de chute. Enfin, l'indication *resistant valley walls* dénote l'utilisation d'une érodabilité différentielle entre les dépôts de migration et le substratum initial. (Axe des ordonnées en unités arbitraires.)

4.2.2 Confinement morphologique de méandres

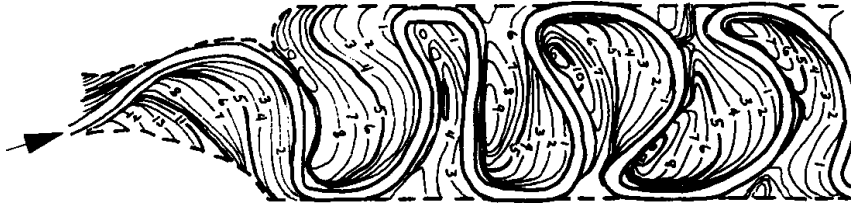


FIG 4.7 – Bande active imposée : la migration est interdite au delà d'une bande déterminée. Simulation sur 15 000 itérations. Les courbes iso-valeur marquent l'âge des dépôts de migration – indications en milliers d'itérations. (tiré de [Howard 92])

Les méandres confinés morphologiquement ont également été étudiés par Howard et Sun ([Howard 92], [Howard 96], [Sun 96] et [Meakin 96]). Deux méthodes proches, basées sur l'érodabilité plutôt que sur la topographie, sont proposées par ces auteurs :

- Bande active imposée [Howard 92] (figure 4.7). Lorsque des points du chenal entrent en contact avec l'une des limites, la composante transversale de la migration est annulée si elle est orientée vers l'extérieur de la vallée.
- Développement d'une bande active [Howard 92], [Howard 96], [Sun 96] et [Meakin 96] (figure 4.8). Le substratum initial de la plaine d'inondation possède une érodabilité plus faible que les dépôts de migration. La rivière évolue alors préférentiellement dans l'espace qu'elle a déjà remodelé. On observe cependant un lent élargissement de la bande active au cours du temps.

Les deux méthodes sont assez semblables : la première impose une zone de migration prédéfinie, alors que la seconde permet une évolution lente de celle-ci au cours du temps. Le confinement par bande active imposée aboutit bien à la forme asymétrique des méandres confinés de type 2 (figure 4.7). Cependant, les géométries obtenues présentent une variabilité conséquente dans les formes des méandres quand, dans cette configuration, les rivières naturelles semblent montrer une forte homogénéité dans la forme de leurs méandres. De plus, les recoupements, naturellement très rares dans ces systèmes, demeurent possibles car les boucles se développent en s'applatissant contre les limites de la bande active. Dans le cas du développement d'une bande active, les méandres générés sont dans un premier temps beaucoup plus réguliers et peu enclins à se recouper (figure 4.8). Cependant, la rivière élargit au cours du temps sa bande active du fait de la substitution du substratum par les dépôts de migration. Ce faisant, le système évolue vers un confinement lâche, de type 3, et perd la régularité des trains de méandres (figure 4.8.b). Comme le montre Howard, la largeur de la bande active croît de façon nette à partir de 20 000 itérations (figure 4.6). La migration des méandres confinés a également été étudié à l'aide de modèles 2D plus complets, mais à l'échelle du siècle seulement [Motta 12].

4.3 Simulation de deux systèmes confinés avec les modèles à pente constante et variable

La simulation d'un système méandrique confiné peut être réalisée en utilisant les propriétés de la topographie. Le modèle à pente variable est tout-à-fait adapté puisqu'il calcule l'écoulement en tenant compte de la topographie. Dans le cas du modèle à pente constante, nous utiliserons l'adaptation introduite pour le modèle à pente variable et destinée à garantir une surface libre descendante (voir le paragraphe 3.2), à ceci près qu'elle

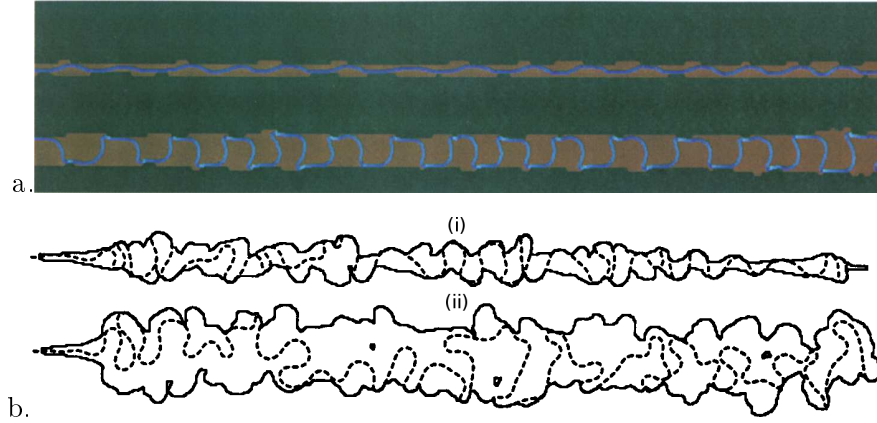


FIG 4.8 — Développement simulé d'une bande active. (a) un premier stade d'élargissement sinueux (2220 itérations) puis les méandres asymétriques confinés (5020 itérations), érodabilité de la plaine à $1,85 \cdot 10^{-10}$, des dépôts sableux $1,85 \cdot 10^{-8}$ ([Sun 96], planche 2), (b) les évolutions à long (i) et très long terme (ii) ([Howard 96] figure 2.11 ; aucune indication temporelle n'est fournie).

est réalisée sur un chenal dont la profondeur est homogène. Nous rappelons que les dépôts et érosions n'étant pas historisés, le cours d'eau ne modifie pas la topographie. Les tests sont réalisés à partir des données de deux systèmes naturels, la Beaver et la Red Deer river (Canada), pour lesquels nous présentons les méthodes de détermination des paramètres. Nous comparons ensuite les résultats obtenus avec les deux modèles.

4.3.1 Paramétrage des simulations des deux cours d'eau

Le paramétrage des simulations comprend trois parties : les paramètres hydrologiques des rivières, la représentation des vallées par une géométrie simple et la détermination des paramètres du modèle. Ce paragraphe présente les sources dont sont extraites les données utilisées, ainsi que les méthodes utilisées pour déterminer d'une manière aussi univoque que possible les paramètres nécessaires aux simulations.

La géométrie retenue pour représenter les vallées est un profil vertical polynomial z_{prof} glissant sur un plan subhorizontal de pente I_{plan} (figure 4.9) :

$$z(x, y) = z_{prof}(y) - I_{plan} \cdot x \quad ; \quad z_{prof}(y) = a_{prof} \cdot y^{n_{prof}} \quad (4.1)$$

Cette géométrie permet de gérer facilement des vallées plus ou moins encaissées. Pour

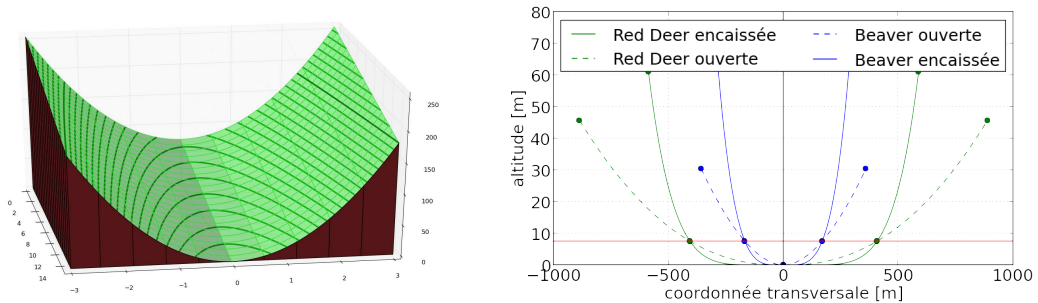


FIG 4.9 — Représentation géométrique simplifiée des vallées : (a), la forme qualitative des topographies ; (b), la construction des profils transversaux. Chaque rivière est représentée par deux courbes, correspondant aux flancs les plus raides et les moins raides. C'est finalement avec les profils les plus raides que les meilleurs résultats ont été obtenus. Les zones grisées correspondent aux fonds des vallées situés sous 25 pieds (résolution verticale des cartes).

rivière	$I[m/m]$ (NH)	$W_{bf}[m]$ (NH)	$Q_{mf}[m^3/s]$ (NH)	$Q_{ma}[m^3/s]$ (CR)	$Q_{bf}[m^3/s]$ (CR)
Beaver	0.0005	44	115	27	141
Red Deer	0.0005	140	454	59	1018

TABLE 4.1 – Paramètres hydrauliques de la Red Deer et de la Beaver. I pente du fond de la vallée; W_{bf} largeur de crue de plein bord; Q_{mf} crue moyenne annuelle; Q_{ma} débit moyen annuel; Q_{bf} débit de crue de plein bord. (NH) [Nicoll 10]; (CR) [Church 83] entrée 101 pour la Beaver river; entrée 145 pour Red Deer river.

déterminer les valeurs des deux paramètres a_{prof} et n_{prof} , il nous suffit de la pente du plan et deux points appartenant au profil vertical. La pente du plan est extraite de l'étude de Nicoll et Hickin [Nicoll 10] (tableau 4.3). Le premier point délimite un fond de vallée représentant la largeur de la vallée au dessus du cours d'eau à une hauteur inférieure à 25 pieds (7,60 m), largeur proche de l'amplitude des méandres confinés [Nicoll 10]. Cette dénivellation correspond à la résolution verticale des cartes topographiques. Le second point est déduit des cartes topographiques et reflète la pente et l'élévation des flancs de la vallée [Toporama]. La forme adoptée pour le profil comportant deux paramètres (a_{prof} et n_{prof}), ces deux points suffisent à les déterminer. La figure 4.9 reproduit la forme de la topographie, ainsi que la construction des profils.

La description d'un cours d'eau, dans le cadre des modèles utilisés, est réduite à sa largeur et son débit. Afin d'avoir des données cohérentes avec les tracés qui seront modélisés, nous avons privilégié les données de l'article [Nicoll 10] (tableau 4.1). Toutefois, nous avons dû compléter les données hydrologiques (crue de plein bord) à partir des données de stations hydrologiques proches des sites étudiés par Nicoll et Hickin ([Church & Rood 1983]). La différence entre les débits de crue moyenne annuelle et ceux de la crue de plein bord est assez faible dans le cas de la Beaver river (environ 20%), alors qu'elle dépasse 100% dans le cas de la Red Deer river.

Le paramétrage du modèle nécessite de connaître la hauteur d'eau moyenne de la rivière, qui n'est pas utilisée directement par le modèle mais qui permettra de déterminer le coefficient de friction sur le fond. Nous disposons de plusieurs jeux de valeurs (débit – largeur – profondeur) pour chaque station retenue sur les deux cours d'eau (tableau 4.2).

La dernière étape du paramétrage est la détermination des quatre coefficients du modèle de migration. Les trois premiers – coefficient de friction sur le fond, coefficient d'affouillement et coefficient des courants secondaires – appartiennent au modèle d'écoulement. Pour rappel, le coefficient d'affouillement est une approximation géométrique liant proportionnellement l'inclinaison transversale du lit à la courbure, tandis que le coefficient des courants secondaires traduit l'influence du caractère hélicoïdal de l'écoulement,

rivière	entrée	débit $Q[m^3/s]$	pente $I[m/m]$	largeur $L[m]$	profondeur $H[m]$	coefficient $Cf[\emptyset]$
Beaver	101 (bf)	141	0.00021	54	2,92	$7,52 \cdot 10^{-3}$
	101 (qm)	27	"	46	1,12	$8,40 \cdot 10^{-3}$
	101 (mf)	127	"	54	2,74	$7,66 \cdot 10^{-3}$
Red Deer	145 (bf)	1018	0.00035	123	3,84	$2,83 \cdot 10^{-3}$
	145 (qm)	59	"	96	0,64	$8,13 \cdot 10^{-3}$
	145 (mf)	350	"	111	2,28	$4,17 \cdot 10^{-3}$

TABLE 4.2 – Calcul des coefficients de frottement des rivières Beaver et Red Deer à partir des données de [Church 83]. Les trois séries de données fournies pour chaque cours d'eau correspondent à trois états hydrologiques différents d'un même site. (bf : débit de crue de plein bord; qm : débit moyen annuel; mf crue moyenne annuelle)

non capturé par les équations de base. Le dernier paramètre est l'érodabilité, reliant la perturbation de vitesse à la migration.

Pour déterminer le coefficient de friction sur le fond, on dispose de deux méthodes. La première est la relation 1.1 issue du modèle à pente constante liant le débit Q , la profondeur moyenne H_r et la pente de la surface libre I_r :

$$H_r = \sqrt[3]{\frac{C_f \cdot Q^2}{g \cdot I_r \cdot L^2}} \quad \Rightarrow \quad C_f = \frac{g \cdot I_r \cdot L_r^2 \cdot H_r^3}{Q^2} \quad (4.2)$$

L'autre méthode revient à choisir le coefficient qui permet de respecter au mieux la longueur d'onde des méandres naturels. Avec la première méthode, le coefficient de friction est calculé pour les différents jeux de paramètres dont nous disposons (tableau 4.2). Pour la Beaver river, les valeurs obtenues sont assez proches les unes des autres (autour de $8 \cdot 10^{-3}$). Ceux de la Red Deer présentent une dispersion beaucoup plus forte (entre $2,83$ et $8,13 \cdot 10^{-3}$) mais restent dans le même ordre de grandeur.

Un test rapide montre que le coefficient obtenu pour la Beaver river donne des méandres de longueur d'onde trop grande, alors que ceux obtenus avec le coefficient de friction correspondant aux crues de plein bord ($2,83 \cdot 10^{-3}$) de la Red Deer donnent une bonne longueur d'onde. Ceci nous a conduit à calculer, pour la Beaver river, le coefficient de friction avec la seconde méthode, à partir de courtes simulations qui explorent une vaste gamme de valeurs du coefficient de friction, entre $2 \cdot 10^{-3}$ et $2 \cdot 10^{-2}$ (figure 4.10). La valeur optimale est obtenue pour $17 \cdot 10^{-3}$ (simulation à pente variable) et $15 \cdot 10^{-3}$ (simulation à pente constante), soit le double de la valeur déterminée par la première méthode.

Cette différence de résultat entre les deux cours d'eau peut être attribuée à la présence des cellules de recirculation dans la Beaver river. En effet, une différence notable entre les

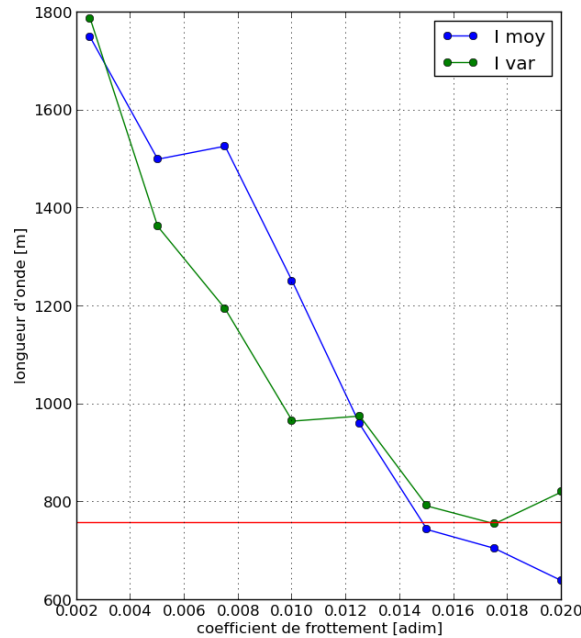


FIG 4.10 — Recherche du coefficient de frottement pour la Beaver. La longueur d'onde des méandres réels est figurée par la ligne rouge. Les valeurs des coefficients de friction qui donnent les longueurs d'onde les plus proches de la réalité sont de $0,0149 \cdot 10^{-3}$ (modèle à pente constante) et de $0,0175 \cdot 10^{-3}$ (modèle à pente variable). Il convient de noter que ces valeurs sont toutes deux supérieures à la borne maximale des coefficients de friction des cours d'eau naturels (de 1 à $10 \cdot 10^{-3}$), ce qui peut être attribué à la présence des cellules de recirculation.

deux rivières est que le cours de la Beaver présente des coudes à 90° générant des cellules de recirculation, dans lesquels se produit une importante dissipation d'énergie. Or, si le coefficient de friction sur le fond traduit les *pertes de charge régulières*, réparties tout au long du cours d'eau, rien dans le modèle ne permet de capturer les *pertes de charge singulières*, causées par ces accidents du tracé. La valeur très élevée du coefficient de friction retenu à l'issue du calage peut donc être interprétée comme l'intégration des pertes de charges singulières aux pertes de charges régulières, ce qui conduit au doublement du coefficient initialement calculé.

Une fois le coefficient C_f obtenu, les deux autres coefficients (A_{aff} pour l'affouillement et A_{sec} pour les courants secondaires) du modèle d'écoulement sont calculés directement à partir d'équations fournies par la littérature. Des auteurs tels que Engelund et Suga préconisent l'utilisation de valeurs constantes [Engelund 74], qu'ils fixent respectivement à 4 et 2,89. En se basant sur les travaux de [Jansen 79], [Crosato 08] donne la relation :

$$A_{aff} = \frac{2 \cdot \alpha_{Olsen}}{k^2} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{g}}{k \cdot C}\right) \quad ; \quad C = \sqrt{\frac{2 \cdot g}{C_f}} \quad (4.3)$$

où :

- C est le coefficient de Chézy,
- k la constante de Von Karman (valeur communément admise, retenue ici, $k = 0,41$ [Pernès 03]), en toute rigueur, la constante de Von Karman est affectée par la charge sédimentaire de l'écoulement ([Nouh 89]),
- α_{Olsen} un coefficient compris entre 0,4 et 1,2 (une valeur moyenne $\alpha_{Olsen} = 0,8$ est choisie).

Les valeurs de A_{aff} obtenues pour chacun des cours d'eau avec les deux modèles sont comprises entre 3,67 et 4,32 (tableau 4.3), valeurs proches de celles préconisées par Engelund et Suga.

Les coefficients de courants secondaires sont obtenus en utilisant une réduction que Johansson et Parker proposent pour leur propre modèle [Johansson 89b], et dont la valeur est du même ordre de grandeur que le coefficient d'affouillement. Son expression est :

$$A_{sec} = 181 \cdot \left(\frac{2 \cdot H_r}{L_r}\right)^2 \cdot \frac{1}{\chi_1} \cdot \left(2 \cdot \chi^2 + \frac{4}{5} \cdot \chi + \frac{1}{15}\right) \quad (4.4)$$

$$\text{avec :} \quad \chi = \chi_1 - \frac{1}{3} \quad ; \quad \chi_1 = \frac{\alpha_{JP}}{\sqrt{C_f}} \quad ; \quad \alpha_{JP} = 0,077$$

Les valeurs obtenues sont comprises entre 1,52 et 1,68 (tableau 4.3), et sont bien dans le même ordre de grandeur que les coefficients d'affouillement calculés précédemment.

Le dernier coefficient à déterminer est l'érodabilité. On s'appuie sur les vitesses moyennes de translation vers l'aval des méandres de chaque rivière données par [Nicoll 10] ($1,2 \text{ m} \cdot \text{an}^{-1}$ pour la Beaver river et $1,6 \text{ m} \cdot \text{an}^{-1}$ pour la Red Deer river) pour l'évaluer.

La méthode est semblable à celle utilisée pour déterminer le coefficient de friction de la Beaver River. Connaissant les vitesses moyennes de translation vers l'aval des méandres de chaque rivière [Nicoll 10], on procède à de courtes simulations pour déterminer l'érodabilité la mieux adaptée. Le coefficient d'érodabilité obtenu pour la Red Deer varie entre $4,21 \text{ s} \cdot \text{an}^{-1}$ pour le modèle à pente constante et $3,54 \text{ s} \cdot \text{an}^{-1}$ pour le modèle à pente variable, (figure 4.11). Le même test conduit sur la Beaver aboutit à des instabilités du tracé dès que l'érodabilité atteint $3 \text{ s} \cdot \text{an}^{-1}$, alors que la vitesse de translation vers l'aval est encore inférieure à celle mesurée par [Nicoll 10]. Même si le résultat est de moindre qualité,

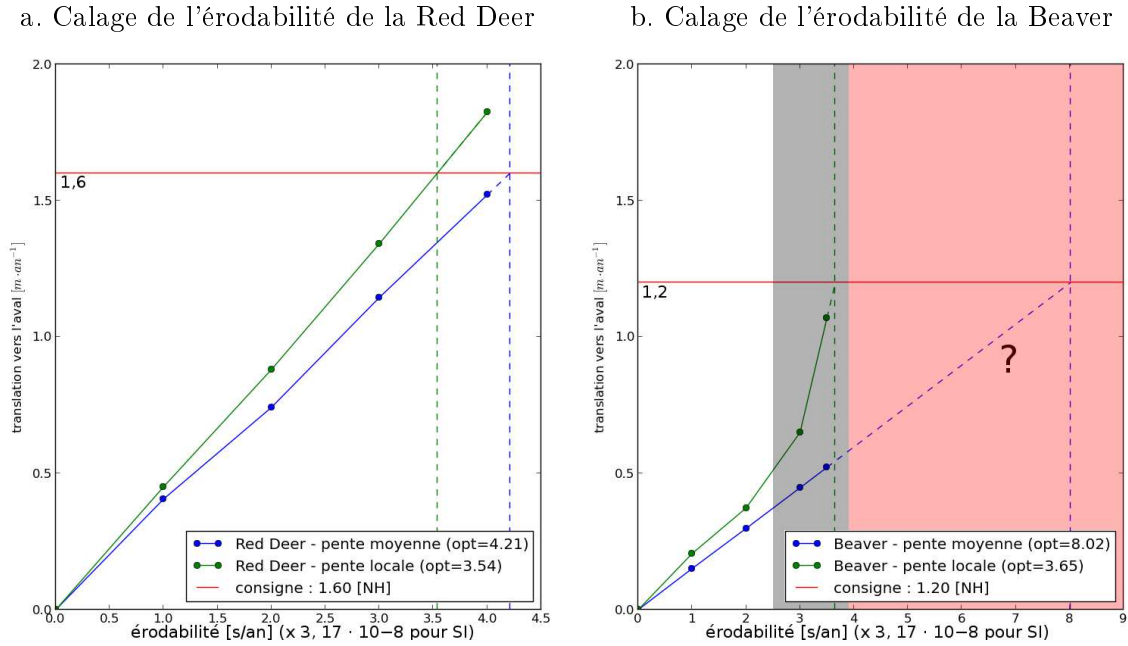


FIG 4.11 — Recherche d'un coefficient d'érodabilité de la Beaver et de la Red Deer. La vitesse moyenne de translation vers l'aval des méandres naturels est indiquée par la ligne rouge ([Nicoll 10]). Érodabilité en secondes par an (multiplier par $3,17 \cdot 10^{-8}$ pour obtenir la valeur SI). La zone grisée marque l'émergence d'une instabilité, rendant les simulations impossibles dans la zone rouge.

le coefficient d'érodabilité pour le modèle à pente variable semble proche de $3,7 \text{ s} \cdot \text{an}^{-1}$, par contre pour le modèle à pente constante nous ne sommes pas capables de déterminer ce coefficient. Dans la suite, nous retenons la valeur de $2 \text{ s} \cdot \text{an}^{-1}$ pour laquelle les simulations ne présentent pas d'instabilité, tout en gardant en mémoire qu'il s'agit d'une valeur non calée. La difficulté à caler le coefficient d'érodabilité pour la Beaver River suggère, comme pour le coefficient de frottement, une influence des coudes à 90° et des cellules de recirculation associées. Les différents paramètres et coefficients retenus sont présentés dans le tableau 4.3.

Tous les paramètres ont pu être déterminés à partir des équations ou des calages sauf le coefficient d'érodabilité de la Beaver qui a été arbitrairement choisi dans une gamme de valeurs permettant une simulation stable. Le tracé initial est adapté de celui utilisé dans les tests de comparaison du paragraphe 3.3.1 : l'amplitude de la perturbation initiale a été multipliée par un facteur 0,3 afin de mieux contenir les méandres initiaux à l'intérieur des fonds de vallées. La longueur est ensuite adaptée à la taille de la rivière (15 km pour la Beaver et 50 km pour la Red Deer) afin d'avoir un nombre suffisant de méandres représentés dans la simulation. Les simulations sont conduites sur 100 000 itérations, ce qui permet d'analyser d'une part le développement des méandres sur les premiers milliers d'itérations et d'autre part leur stabilité sur des périodes plus longues de plusieurs dizaines de milliers d'itérations. Suite à la fin de la dernière glaciation, les systèmes fluviaux que l'on observe actuellement se sont développés depuis une quinzaine de milliers d'années. Sur la base d'un régime de crues entre 1 à 2 années, (une itération représente une crue de migration), les résultats des simulations conduites sur 10 à 20 000 itérations peuvent être considérés comme représentatifs de l'évolution de ces cours d'eau sur cette période. Dans le cas de la Beaver, où le coefficient d'érodabilité est sous-estimé, l'échelle temporelle est plutôt de trois itérations pour une à deux années, d'où l'intérêt de conduire les simulations jusqu'à 100 000 itérations.

		Beaver River		Red Deer River	
		pente constante	pente variable	pente constante	pente variable
Rivière					
largeur de rivière	$[m]$	44		140	
débit	$[m]$	115		1018	
Vallée					
pente	$[\emptyset]$	0,0005		0,0005	
hauteur	$[m]$	38		7.62	
largeur (à 25 <i>ft</i> ou 7,6 <i>m</i>)	$[m]$	337		816	
exposant du polynôme	$[\emptyset]$	4		5,69	
Modèle					
coefficient de frottement	$[\emptyset]$	0,0149	0,0175	0,00283	
coefficient d'affouillement	$[\emptyset]$	3,76	3,67	4,32	
coefficient courant sec.	$[\emptyset]$	1,52	1,33	1,68	
érodibilité	$[s \cdot an^{-1}]$	2		4,21	3,54
Simulation					
longueur de la plaine	$[m]$	15 000		50 000	
nombre d'itérations	$[\emptyset]$	105 000		100 000	

TABLE 4.3 – Résumé des valeurs de paramètres retenues pour les simulations de systèmes confinés.

4.3.2 Résultats des simulations

Les résultats des simulations sont présentés en trois parties : l'évolution à court terme avec l'émergence des méandres confinés, l'évolution à long terme avec la dynamique des systèmes et la comparaison avec les systèmes naturels. Pour chaque cours d'eau, nous présentons les simulations des modèles à pente constante et à pente variable.

La forme asymétrique caractéristique des méandres confinés émerge autour de 2 500 crues pour les quatre simulations (figure 4.12). Comme montré précédemment, le modèle à pente constante produit plus rapidement des méandres plus développés pour chacune des rivières. Les méandres de forme asymétrique se développent sur la totalité du tracé pour former un seul long train de méandres à partir de 3 500 – 4 000 itérations suivant le modèle. Ce train de méandres est beaucoup plus régulier dans le modèle à pente variable que dans celui à pente constante, montrant que, comme pour les systèmes non confinés, la mémoire des perturbations initiales est en partie conservée dans le modèle à pente constante. Au fil des itérations suivantes, l'homogénéité des méandres augmente progressivement tout en révélant des variations dans les longueurs d'onde sur l'ensemble de la plaine d'inondation. Ces variations reflètent là encore la mémoire des perturbations initiales.

L'analyse temporelle des paramètres de la géométrie en plan des cours d'eau (longueur d'onde, amplitude et tortuosité – équivalente ici à la sinuosité) est présentée sur la figure 4.13 sur les 10 000 premières itérations. Au cours de la période d'émergence et de stabilisation des méandres, la longueur d'onde pour le modèle à pente constante est supérieure à celle du modèle à pente variable. La stabilisation des longueurs d'ondes est obtenue assez rapidement pour la Red Deer (3 000 itérations) alors qu'elle ne survient qu'après 6 000 itérations pour la Beaver. Les longueurs d'onde obtenues avec le modèle à pente variable sont légèrement inférieures aux longueurs d'ondes naturelles alors que celles du modèle à pente constante sont supérieures. La tortuosité augmente mais reste très proche de sa valeur initiale dans toutes les simulations, exceptée celle de la Beaver avec le modèle à pente variable, dans laquelle elle augmente de 50%. Les amplitudes obtenues pour la Beaver avec les deux modèles sont extrêmement proches. Dans le cas de la Red Deer, les amplitudes développées par le modèle à pente variable sont supérieures d'environ 100 *m* à celles développées par le modèle à pente constante. Dans toutes les simulations, l'amplitude des méandres atteint la

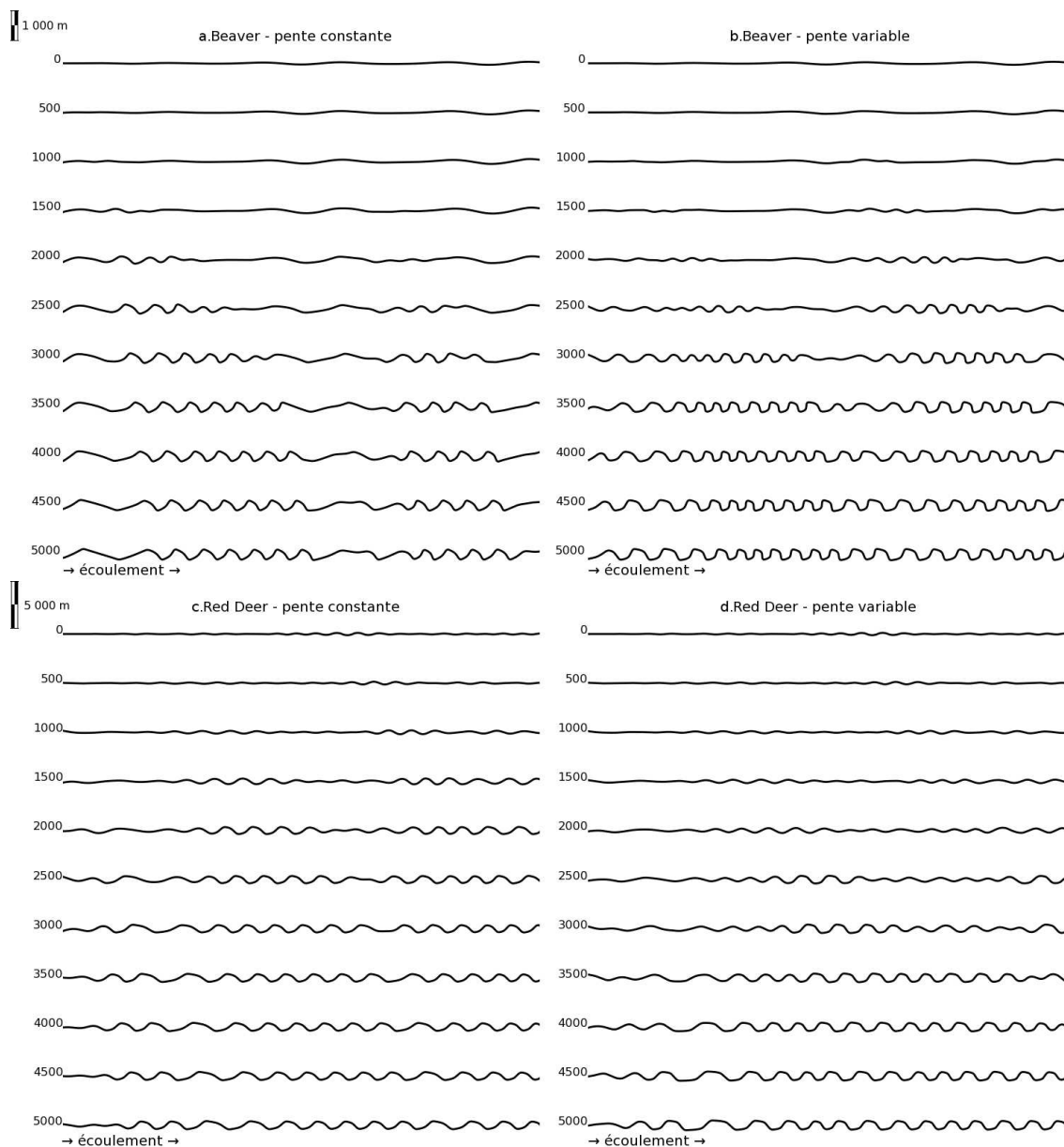


FIG 4.12 — Amorce des simulations à pente constante et à pente variable de la Beaver et de la Red Deer. Les lignes médianes sont représentées en plan aux itérations indiquées à leur gauche, en nombre de crues. La longueur des abscisses est de 15 km pour la Beaver, 50 km pour la Red Deer ; l'écoulement se fait d'ouest en est.

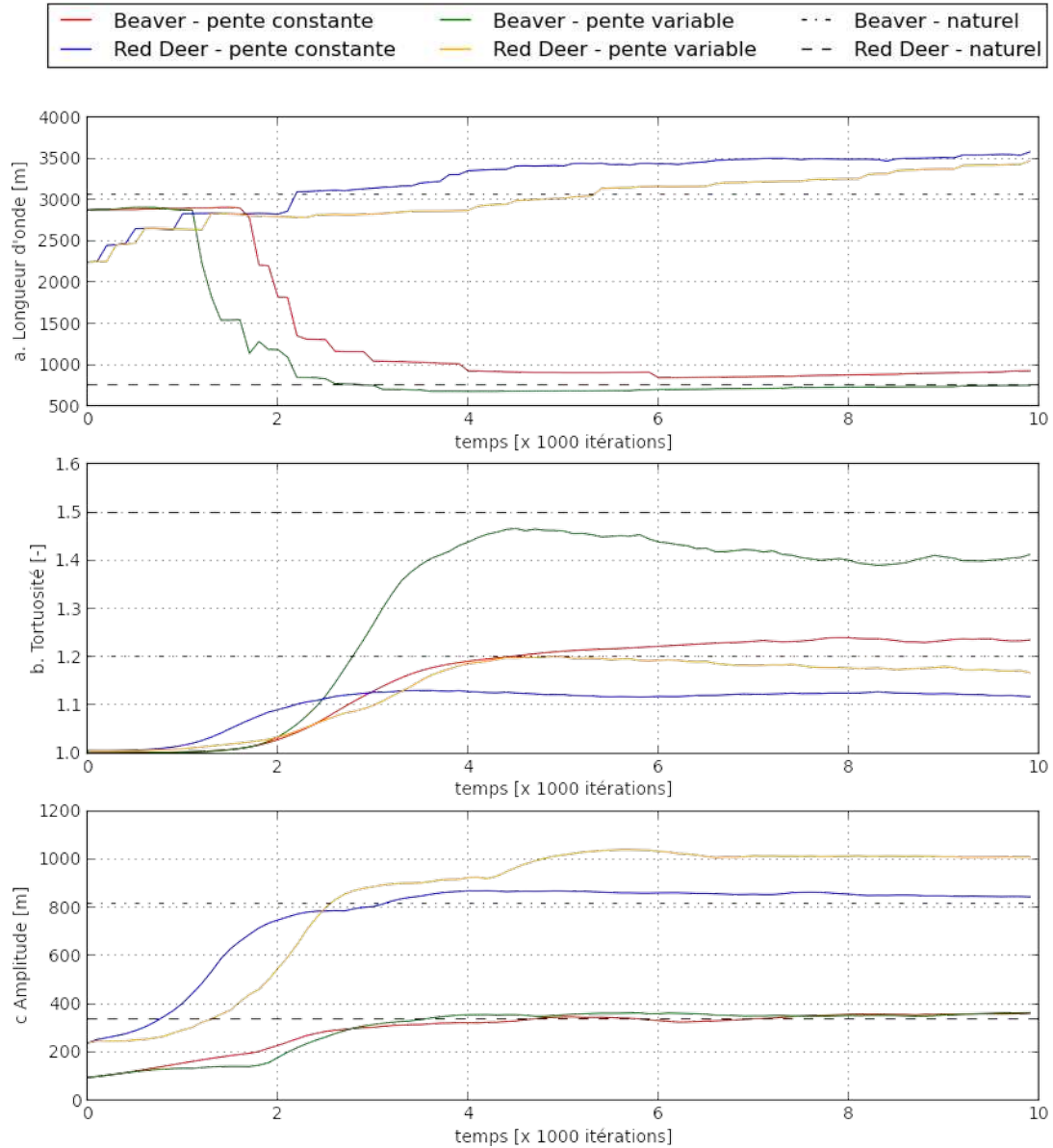


FIG 4.13 — Évolution des descriptions statistiques de chaque couple rivière-modèle jusqu'à 10 000 itérations. Les droites horizontales représentent les caractéristiques des systèmes réels.

largeur de la vallée au bout de 3 000 itérations, soit légèrement avant la stabilisation dans le cas de la Beaver (la Red Deer étant stabilisée bien avant, autour de 1 500 itérations).

Après avoir montré que la morphologie des méandres confinés se stabilise autour de 4 000 itérations, nous nous intéressons maintenant à l'évolution de ces trains de méandres sur des périodes plus longues allant jusqu'à 100 000 itérations. Les plaines à 10 000, 50 000 et 100 000 itérations sont présentées sur les figures 4.14a, b et c). Pour les deux méthodes, pente constante et pente variable, les tracés de la Red Deer sont très comparables et les trains successifs de longueurs d'onde légèrement différentes se maintiennent au cours du temps. La forme et l'amplitude des boucles restent très stables. Pour chaque rivière, les méandres des simulations à pente variable longent plus longtemps les bords de la vallée. Les tracés obtenus pour la Red Deer sont relativement semblables dans les deux modèles dès les 10 000 premières itérations, alors que ceux de la Beaver, qui diffèrent beaucoup à 10 000 itérations, deviennent de plus en plus comparables avec le temps. Dans les simulations de

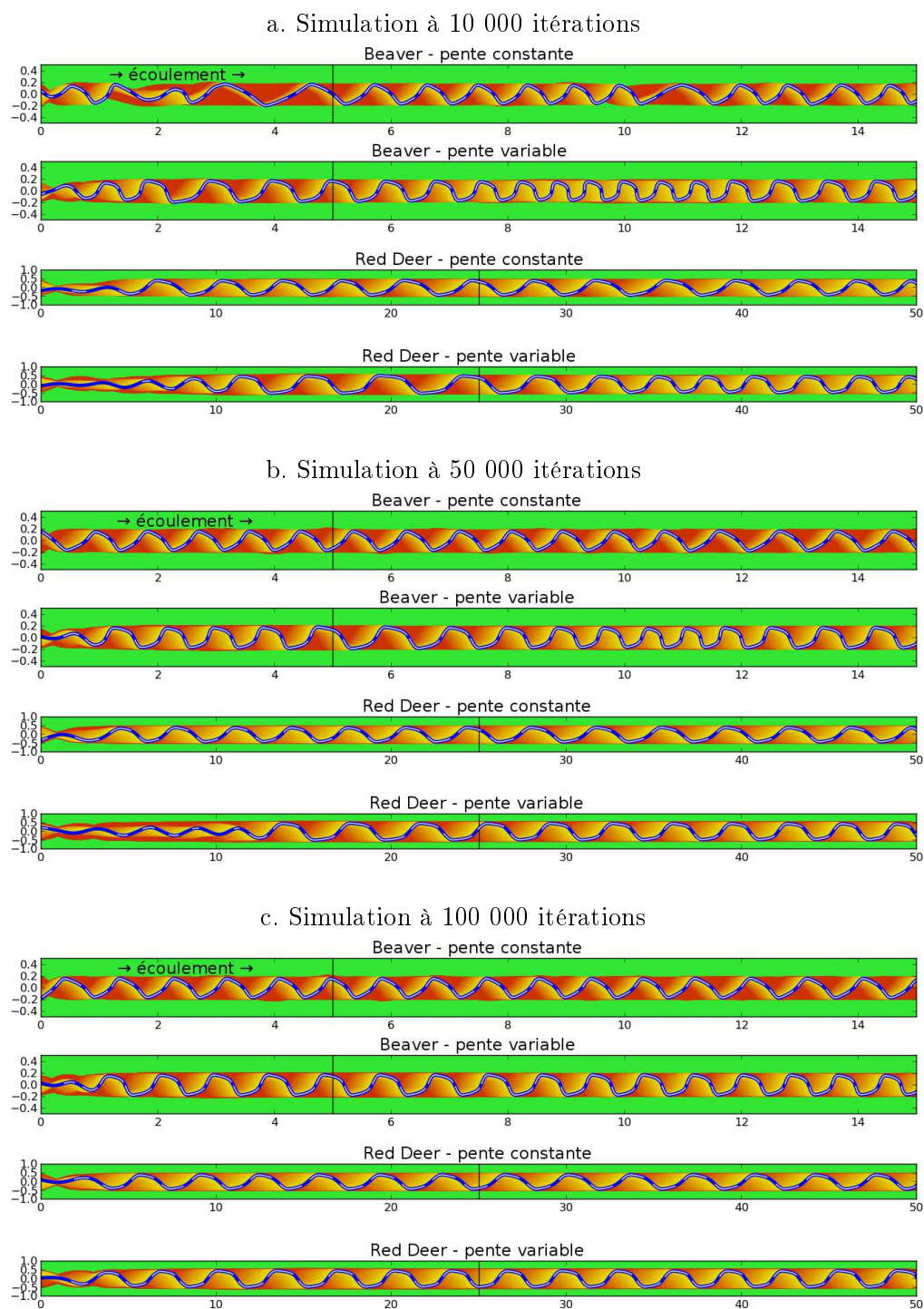


FIG 4.14 — Dynamique de l'évolution des trains de méandres à long terme (100 000 itérations). Simulations de la Beaver et de la Red Deer. Les migrations sont représentées aux itérations 10 000, 50 000 et 100 000 (en jaune-orange, les dépôts des 10 000 dernières itérations, en rouge les dépôts plus anciens ; les paramètres de simulation sont donnés dans le tableau 4.3). Le tracé du chenal est en bleu (les segments blancs correspondent aux zones érodant les flancs de vallée).

la Red Deer, la forme et l'amplitude des boucles de méandres sont maintenues tout au long des simulations. Le tracé de la Beaver est beaucoup plus irrégulier, avec des contrastes de longueurs d'onde importants (10 000 itérations). Il se régularise avec une diminution de ce contraste au fil des itérations. La comparaison des tracés des deux cours d'eau indique des formes plus anguleuses et asymétrique pour la Beaver que pour la Red Deer, qui présente des boucles aux formes régulières.

L'évolution à long terme des caractéristiques des méandres (longueurs d'onde, tortuosité, amplitude) est présentée figure 4.15. Les longueurs d'onde des simulations de la Red Deer présentent des oscillations dont l'amplitude s'amortit avec le temps. La tortuosité est stable dès 10 000 itérations pour le modèle à pente constante, alors qu'elle fluctue plus avec le modèle à pente variable, et qu'il faut attendre près de 50 000 itérations pour qu'elle soit relativement stable. Les tortuosités obtenues avec le modèle à pente variable sont plus fortes que celles obtenues avec le modèle à pente constante (5% dans le cas de la Red

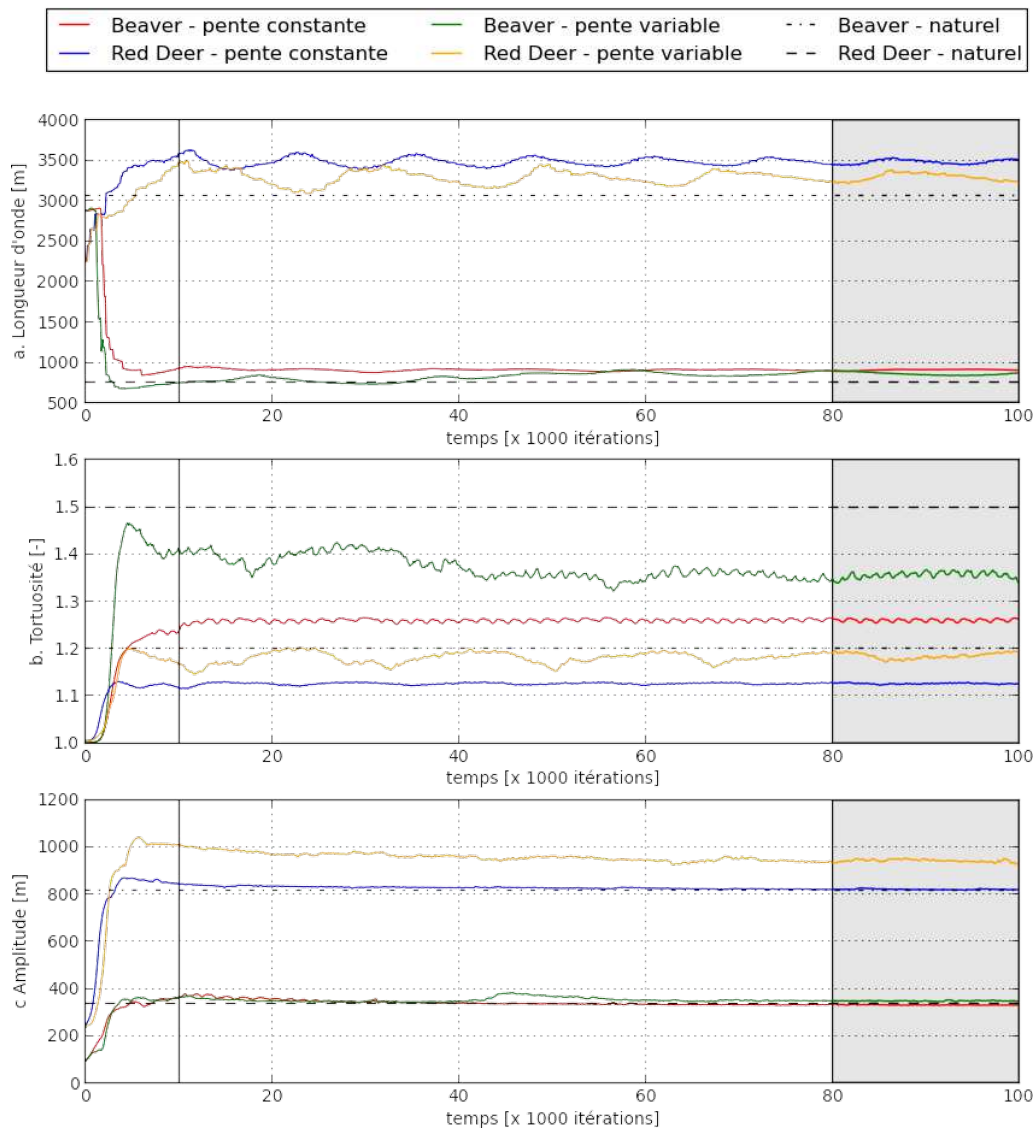


FIG 4.15 – Évolution des descriptions statistiques de chaque couple rivière-modèle jusqu'à 100 000 itérations. Les droites horizontales représentent les caractéristiques des systèmes réels. La **barre verticale** représente la dernière itération (10 000) représentée sur la figure 4.13. **En grisé**, à la fin des graphiques, figurent les fenêtres sur lesquelles sont moyennées les différentes caractéristiques du tableau 4.4

Deer, 8% dans le cas de la Beaver). L'amplitude des méandres de la Beaver se stabilise dès 10 000 itérations avec les deux modèles, avec des valeurs sont très proches (autour de 340 m). Dans le cas de la Red Deer, la stabilisation est obtenue après 40 000 itérations et les amplitudes obtenues avec le modèle à pente variable sont nettement supérieures (15%).

La migration d'un système stable (à 90 000 itérations) est représentée sur la figure 4.16, sur laquelle sont figurés les tracés successifs de la ligne médiane du chenal à un intervalle de 100 itérations. La migration correspond à une translation vers l'aval du train de méandres sans modification notable. Ce type de migration interdit tout recoupement de méandre, en accord avec les observations faites sur les systèmes naturels. Les valeurs des vitesses de translation seront discutées ci-dessous dans le cadre de la comparaison avec les systèmes naturels.

Si l'on s'intéresse à la géométrie du chenal, l'évolution de la profondeur du chenal est très faible voire négligeable dans le cas du modèle à pente constante (figure 4.17), comme on peut s'y attendre puisque la tortuosité varie très peu. Dans le cas du modèle à pente variable, elle atteint le double de la profondeur moyenne pour la Red Deer et quatre fois cette valeur pour la Beaver. Il convient de noter que les simulations à pente variable ont été réalisées sans relâchement de la contrainte de correction de pente. Un relâchement de la contrainte de correction de pente est difficilement applicable dans ce contexte car elle

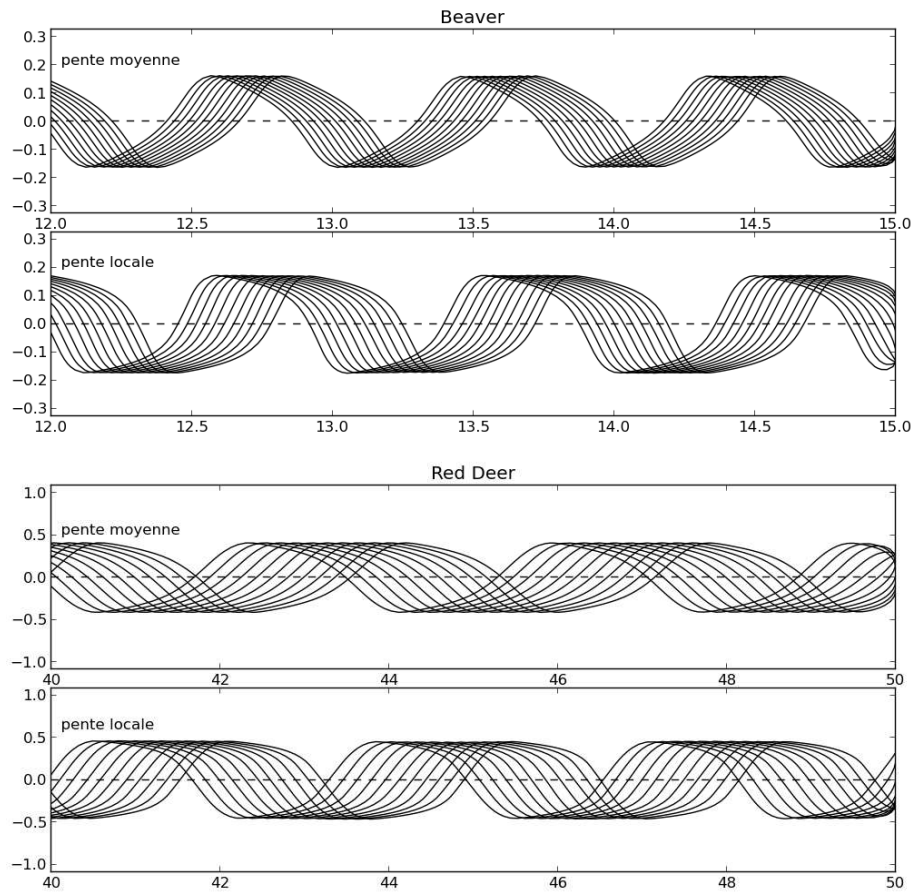


FIG 4.16 — Illustration de la translation des méandres sans déformation dans un système mature (90 000 itérations). Les lignes médianes des chenaux sont représentées toutes les 100 itérations (paramètres des simulations tableau 4.3). Vues en carte des derniers kilomètres des lignes médianes des itérations 90 000 (amont) à 91 000 (aval) des simulations à pente constante et à pente variable de la Beaver et de la Red Deer. Les écoulements se font d'ouest en est. Les axes discontinus sont les talwegs des vallées.

s'étendrait à l'ensemble du cours d'eau simulé. Avec le choix d'un profil transversal de vallée polynomial, l'érosion des flancs se produit très rapidement et impose la correction de pente sur de longs segments (segments blancs sur la figure 4.14). Une géométrie à fond plat aurait permis de retarder cette érosion au moment où l'amplitude des méandres atteint celle de la vallée et aurait pu faciliter l'utilisation du relâchement de contrainte. L'érosion des flancs de vallée est systématiquement plus grande avec le modèle à pente variable, ce qui va de pair avec le fait que les boucles des méandres tangent plus longtemps les flancs de vallée avec ce modèle. Dans le cas de la Red Deer, ce phénomène est accentué par le fait que les amplitudes des méandres sont supérieures avec le modèle à pente variable (figure 4.15). Les hauteurs érodées sont très sensibles à la forme du profil transversal de la vallée, ce qui explique qu'elles soient plus grandes dans les simulations de la Red Deer (flancs raides) que dans celles de la Beaver (vallée plus ouverte) (figure 4.9).

En conclusion, la prise en compte de la topographie permet de reproduire des systèmes confinés de type II. La non historiation de l'évolution des flancs de vallées avec le temps revient à introduire de façon implicite, via l'érosion, une érodabilité différentielle progressive entre la plaine d'inondation et le substratum de la vallée. La valeur de ce coefficient est ainsi directement reliée au volume de substratum à éroder. La prise en compte de la topographie permet d'ouvrir vers une méthode couplant topographie et érodabilité. Les modèles à pente constante et variable reproduisent tous deux des méandres de forme symétrique ou nettement asymétrique en fonction des paramètres initiaux (largeur de vallée, débit...). Le modèle à pente variable permet d'obtenir des méandres (symétriques ou

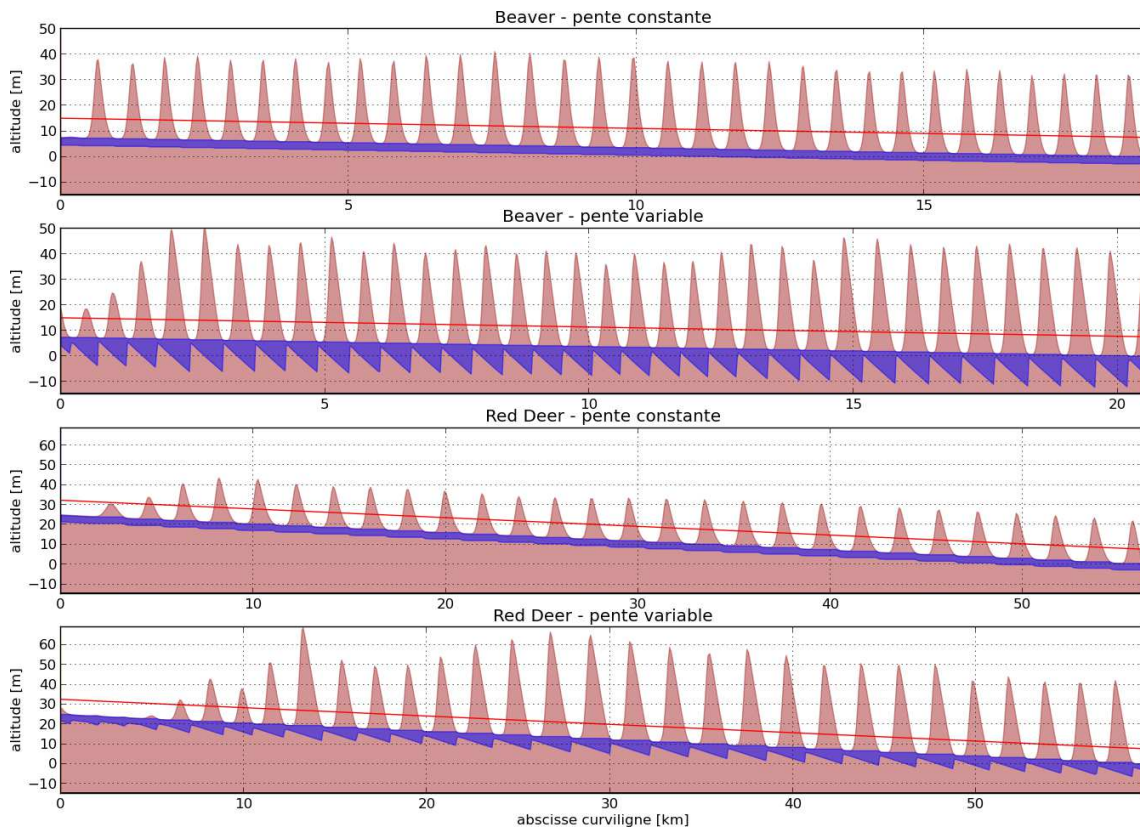


FIG 4.17 — Profondeur du chenal et érosion des flancs de vallée le long d'un profil longitudinal de la Beaver et de la Red Deer (simulations à 90 000 itérations). **En bleu**, la profondeur du chenal, **en orangé**, sous le chenal, le substratum, au dessus du chenal, les hauteurs de flanc de vallée érodé ; les lignes rouges représentent le fond de vallée, qui correspond à la résolution altimétrique des cartes topographiques utilisées.

non) qui tangentent plus longtemps les flancs de la vallée.

4.3.3 Comparaison avec les systèmes naturels

Nous comparons maintenant les résultats des simulations réalisées avec les paramètres tirés des systèmes naturels de la Beaver et de la Red Deer avec les données de ces cours d'eau. Les données discutées dans ce paragraphe sont regroupées dans le tableau 4.4. Les paramètres des simulations correspondent à une valeur moyenne calculée sur 20 000 itérations d'un système stable (entre les itérations 80 000 et 100 000).

Les longueurs d'onde simulées sont toujours supérieures aux longueurs d'onde naturelles, tout en étant plus proches avec le modèle à pente variable. L'amplitude des méandres est quasiment reproduite par le modèle à pente constante, alors que celui à pente variable donne systématiquement des valeurs trop grandes. La tortuosité est assez bien approchée par le modèle à pente variable, alors qu'elle tend à être trop faible avec le modèle à pente constante. La profondeur moyenne de la Beaver est proche de la profondeur naturelle avec le modèle à pente constante et deux fois supérieure avec le modèle à pente variable. Par contre, elle est voisine de la profondeur de la Red Deer avec les deux modèles. La profondeur maximale atteinte pour chaque cours d'eau est le double de la profondeur moyenne avec le modèle à pente variable. Les translations aval moyennes sont assez proches des valeurs réelles avec le modèle à pente variable, alors que le modèle à pente constante tend soit à les surestimer (Red Deer) ou à les sous-estimer (Beaver). Par contre, aucun des modèles ne reproduit la variabilité naturelle de ces vitesses de translation, ce qui s'explique

	Beaver River			Red Deer River		
	naturel ^a	pente constante	pente variable	naturel ^a	pente constante	pente variable
longueur d'onde [m]	757	915	869	3063	3472	3300
écart		+21 %	+15 %		+13 %	+7,7 %
amplitude [m]	337	333	350	816	822	944
écart		-1,2 %	+5,1 %		+0,74 %	+16 %
tortuosité [\emptyset]	1,5	1,26	1,36	1,2	1,13	1,19
écart)		-16 %	+7,9 %		-5,8 %	-0,83 %
translation [$m \cdot iter^{-1}$]						
moyenne	1,2	0,25	0,35	1,6	1,93	1,60
écart		-79 %	-71 %		+21 %	0 %
maximale	3,5	0,26	0,39	11,0	2	1,75
écart		-93 %	-89 %		-82 %	-84 %
translation [$m \cdot an^{-1}$]						
moyenne	1,2	0,75	1,05	1,6	1,93	1,60
écart		-38 %	-12 %		+21 %	0 %
maximale	3,5	0,78	1,17	11,0	2	1,75
écart		-78 %	-67 %		-82 %	-84 %
profondeurs [m]						
minimale		2,96	1,24		3,26	1,80
moyenne	2,92	2,98	6,30	3,84	3,27	4,08
maximale		2,99	13,1		3,28	8,00

TABLE 4.4 – Comparaison des paramètres de la Beaver et de la Red Deer avec ceux des simulations à pentes constante et variable, dans le cas des simulations, les valeurs affichées correspondent aux moyennes obtenues entre les itérations 80 000 et 100 000 (la partie amont du domaine n'est pas prise en compte). L'équivalence itération / temps pour la Beaver est réalisé avec un coefficient 3 résultant du faible coefficient d'érodabilité retenu (cf page 74).

^a. [Nicoll 10]

en grande partie par l'homogénéité du modèle (homogénéité du substrat, régularité de la vallée, constance de l'écoulement).

Compte tenu de la simplicité des modèles utilisés, les résultats des simulations sont encourageants et comparables aux données des systèmes naturels (en moyenne, les écarts sont inférieurs à 10%). Les deux modèles ont chacun des avantages propres : l'amplitude des méandres confinés semble mieux respectée par le modèle à pente constante que par le modèle à pente variable. Il se produit l'inverse pour la tortuosité, qui est mieux reproduite par le modèle à pente variable.

Devant la bonne adéquation entre les caractérisations des rivières simulées et des rivières naturelles, nous avons superposé à l'échelle quelques méandres simulés avec les tracés naturels. Cette superposition n'est évidemment possible que sur des portions rectilignes de vallée du fait du modèle choisi pour les simulations (figures 4.18). Malgré les écarts de valeurs sur les longueurs d'ondes et les amplitudes présentés ci-dessus (tableau 4.4), les simulations de la Red Deer se superposent assez bien au tracé naturel, que ce soit pour le modèle à pente variable ou constante, avec une meilleure reproduction de la tangence du tracé aux flancs de la vallée pour le modèle à pente variable (figures 4.18b). Dans le cas de la Beaver, la différence entre le tracé naturel et la simulation à pente constante est très

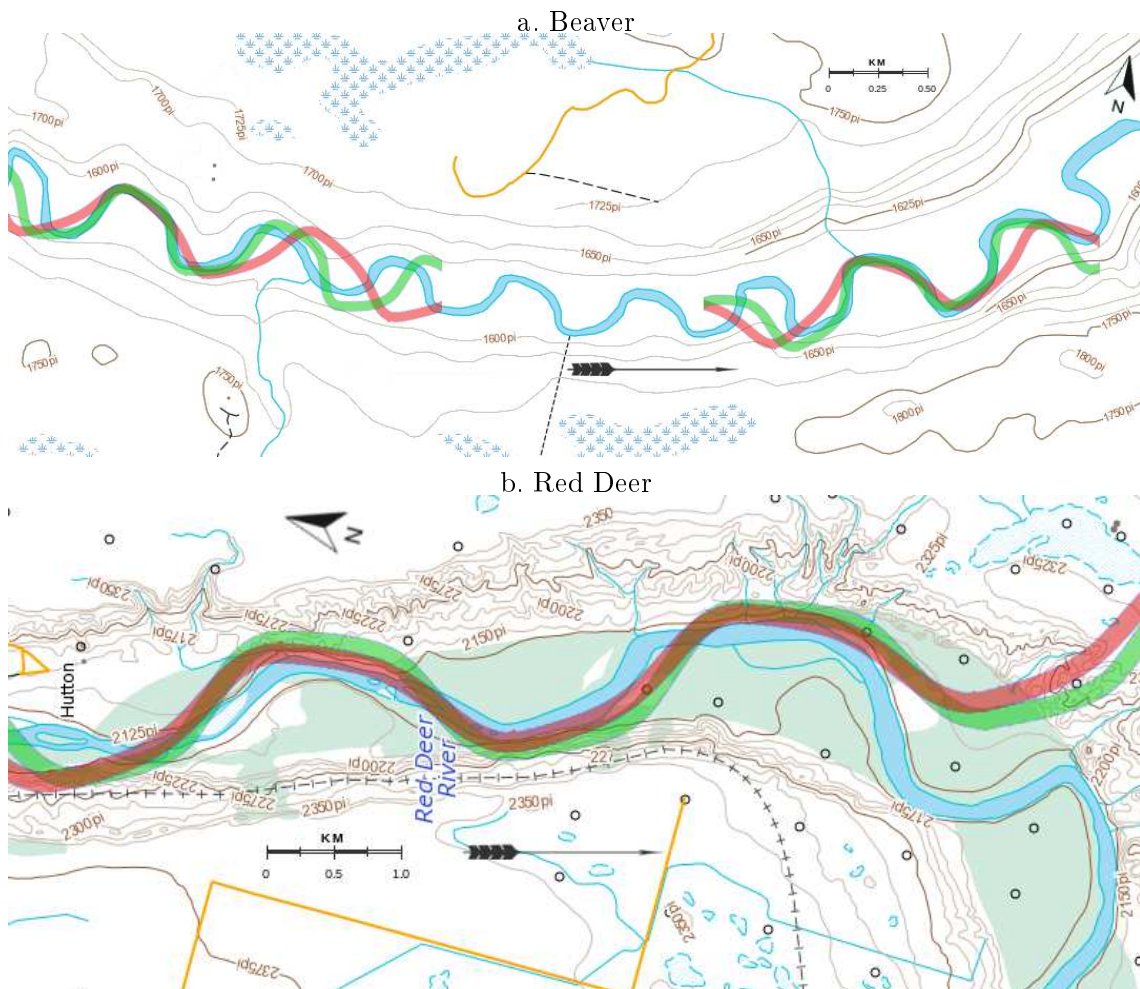


FIG 4.18 — Comparaison des méandres réels et simulés. Les tracés réels sont des fragments de cartes topographiques mises en ligne par le gouvernement du Canada [Toporama]. Les tracés rouges correspondent au modèle à pente constante. Les tracés verts correspondent au modèle à pente variable.

grande, alors que la simulation à pente variable reproduit très bien les formes asymétriques observées sur le cours naturel (figures 4.18a). Si la comparaison des paramètres ne permettait pas vraiment de discriminer les deux modèles, la géométrie des boucles de méandres est nettement plus réaliste avec le modèle à pente variable, lui conférant un atout majeur.

4.4 Conclusion

Les deux modèles permettent bien d'obtenir la forme asymétrique des méandres confinés, avec des dimensions proches de la réalité. De plus, la dynamique de ces méandres est également reproduite : régularité et stabilité. Les méandres subissent essentiellement une translation vers l'aval, dont la vitesse peut être calée dans des limites de stabilité. Aucun recoupement de méandre n'est observé dans les simulations, ce qui concorde avec la rareté de cet événement dans les systèmes naturels. Le principe d'un confinement par la topographie est donc possible sans introduire de contrainte d'érodabilité.

Le modèle à pente variable permet d'obtenir des morphologies de méandres plus fidèles aux formes confinées, dont la tangence du tracé aux flancs de la vallée et la toruosité. D'être plus facilement calé à la vitesse de translation vers l'aval. En particulier, l'incidence à angle droit des méandres contre les flancs de la vallée est très bien reproduite, ce qui est d'autant plus remarquable que les cellules de recirculation associées ne sont pas capturées par le modèle d'écoulement. En revanche, concernant les dimensions des méandres (amplitude et longueur d'onde), le modèle à pente variable n'offre pas d'avantage clair par rapport au modèle à pente constante.

Pour approfondir cette application, deux axes peuvent être envisagés : l'historisation des dépôts/érosions, conduisant à la mise à jour de la topographie à chaque itération, et l'introduction d'une érodabilité différentielle entre les matériaux des flancs de vallée, qui opposent généralement une forte résistance à l'érosion, et ceux déposés par le cours d'eau, qui présentent des résistances variables à l'érosion ([Howard 96], [Sun 96] [Meakin 96])

Chapitre 5

Modèle d'écoulement moyen Saint Venant

5.1 Introduction

L'implémentation d'un modèle de calcul de l'écoulement à pente variable présentée dans le chapitre précédent donne des résultats très satisfaisants moyennant l'application d'une correction des pentes nulles à montantes. Dans ce chapitre, nous abordons l'implémentation d'un modèle d'écoulement moyen plus proche de l'hydraulique que le précédent s'appuyant sur la résolution 1D des équations de Saint Venant. Les attentes de ce modèle se situent tant au niveau de la construction de la surface libre que de son potentiel à gérer des chenaux de section variable, incluant des confluences et des diffluences, et de l'intégration d'un module de transport sédimentaire.

Le développement d'un tel modèle dans le cadre des simulations réservoir a conduit au développement d'un modèle commun utilisable dans le cadre de cette thèse et de celle Lauriane Vilmin sur l'hydro-écologie de la Seine (Géosciences, SHR).

L'approche hydrologique s'inclut dans le cadre du programme PIREN Seine [Even 95]. Elle s'intéresse aux régimes transitoires de l'écoulement (pas de temps en minutes) sur des périodes de temps de l'ordre de l'année, afin d'étudier le transport et le devenir des polluants de la Seine. Le calcul de l'hydraulique est conduit sur des mailles de largeur égale à celle du chenal et de longueur dix fois supérieure. Il s'agit d'un système monodimensionnel ne retenant pas la géométrie en plan du tracé du cours d'eau.

Notre approche diffère de l'approche hydrologie principalement en deux points : la recherche d'un écoulement permanent plutôt que transitoire, et la taille des mailles du système, dont la longueur est de l'ordre de la demie largeur du chenal.

Dans cette partie, nous présentons les spécificités de cette approche, puis nous développons une réflexion sur l'utilisation du modèle en régime permanent et terminons par une comparaison avec les différentes méthodes de calcul de l'écoulement moyen étudiées précédemment.

5.2 Spécifications

Les critères hydrauliques pour du modèle sédimentaire peuvent être répartis en trois groupes.

- premier est un ensemble d'exigences déjà présentes dans les modèles à pente constante et variable présentés précédemment. On y trouve l'écoulement permanent, la section du chenal de forme trapézoïdale.

	Réservoir		Hydrologie	
	pente constante	pente variable	Saint Venant	Saint Venant
	géométrie			
pente	constante	variable	variable	variable
largeur	constante	constante	variable	variable
section	trapèze	trapèze	trapèze	polygone
réseau	non	non	oui	oui
référence	surface	surface	lit	lit
	écoulement moyen			
dimension	1D	1D	1D	1D
régime	permanent	permanent	permanent	transitoire (une année)
	discrétisation et résolution			
maille	demi-largeur	demi-largeur	demi-largeur	> 10 largeurs
schéma	intégration	intégration	système	système
	eulérienne	eulérienne	matriciel	matriciel
calcul	mono-process	mono-process	mono-process	distribué

TABLE 5.1 – Comparaison des caractéristiques des différents modèles réservoirs et du modèle hydrologie.

- Le deuxième groupe permet de corriger l'artefact des profondeurs. Analytiquement, l'écoulement doit être calculé non plus sous une surface libre connue, mais sur un lit. Numériquement, l'intégration point par point d'amont en aval des équations de l'écoulement est remplacée par une résolution semi-implicite des équations de Saint-Venant. On restaure ainsi la circulation de l'information d'aval en amont, caractéristique des écoulements fluviaux.
- Le dernier groupe est moins strict, il doit préparer les futures évolutions du modèle. Il s'agit d'une largeur de chenaux variable, de la possibilité de gérer des confluences et des diffuences et d'un possible transport sédimentaire. Les spécifications sur le transport sont assez simple : idéalement mutli-classe, il peut n'être qu'unidimensionnel, et découplé (découplage concernant non seulement l'écoulement, mais aussi les classes de sédiments les unes par rapport aux autres).

Le coeur de calcul hydraulique correspond à la refonte du modèle Prose ([Even 95]). Les besoins du modèle hydrologie sont tout d'abord l'écoulement moyen transitoire dans une géométrie de chenaux en réseau constitués de tronçons aux sections quelconques (profils polygonaux). Le système englobe les principaux cours d'eau du bassin parisien. Les simulations sont conduites sur une année, avec un pas de temps de l'ordre de 5 minutes. Des apports doivent être possibles (représentation du ruissellement, des infiltrations ou de petits affluents non modélisés). Une fois l'écoulement moyen obtenu, il sert de support à un calcul de transport découplé sans modification de la géométrie du chenal (polluants, composés organiques...). Le transport est également couplé à un modèle biochimique modifiant la concentration de certains éléments transportés. Les principales caractéristiques des différents modèles sont regroupées dans le tableau 5.1.

5.3 Système d'équations

Un résumé de la méthodologie de construction du modèle Saint Venant est présenté ici. Un traitement plus détaillé, en particulier en ce qui concerne les conditions aux limites amont et aval, est fournit en annexe.

5.3.1 Saint Venant

Les équations de départ sont les équations de Saint-Venant en dimension 1, obtenues par intégration verticale des équations de Navier-Stokes. La forme retenue est cartésienne, la courbure du tracé est donc négligée. Ce choix est cohérent avec le modèle d'écoulement moyen à pente variable, dans lequel l'influence de la courbure est négligée. Les équations de Saint-Venant s'appuient sur plusieurs hypothèses générales :

- le fluide est un milieu continu,
- sa compressibilité est négligée,
- le fond est imperméable.

S'y ajoutent les hypothèses suivantes, sur les termes sources :

- la pression est hydrostatique,
- les frottements à la surface et aux berges sont négligés.
- les frottements sur le fond sont pris en compte comme une force de volume,

Enfin, trois hypothèses supplémentaires sont posées pour obtenir la forme utilisée ici (en général, les équations de Saint Venant retiennent les frottements visqueux mais ne prennent pas en compte d'éventuelles sources de matière) :

- les frottements visqueux sont négligés,
- les termes dispersifs sont négligés,
- les apports (affluents) sont pris en compte comme un terme source de volume,

Sous ces hypothèses, la conservation de la masse est décrite par l'équation 5.1, et la conservation de la quantité de mouvement par l'équation 5.2,

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \bar{u}_s) = \frac{Q_{ap}}{L} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (h \cdot \bar{u}_s) + \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \bar{u}_s^2) = -g \cdot h \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial s} + h \cdot F_{frs} \quad (5.2)$$

Ces équations sont alors intégrées sur la largeur de la rivière, et donnent respectivement les équations 5.3 et 5.4.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = Q_{ap} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} (Q \cdot U) = -g \cdot h \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial s} - \frac{g \cdot U \cdot Q}{R_h^{4/3} \cdot K^2} \quad (5.4)$$

Enfin, la dérivée partielle au temps de l'aire de section mouillée est reliée à la dérivée partielle au temps de la cote de la surface libre :

$$\frac{\partial A_h}{\partial t} = \frac{\partial A_h}{\partial z_{sl}} \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial t} = \sigma_{ac} \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial t} \quad (5.5)$$

5.3.2 Discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale est réalisée par différences finies centrées sur un couple de grilles décalées (*staggered grids*) inspirée de [Harlow 65] et [Arakawa 77] : la rivière est représentée par une succession de tronçons, délimités par des sections normales. Le débit est exprimé aux sections, et la cote de la surface libre au centre des tronçons. Les tronçons portent des indices entiers, et les sections des demi-indices. Certains termes nécessitent de connaître le débit au centre des tronçons, débit qui est approché par la moyenne des débits aux sections délimitant le tronçon. La conservation de la masse est alors écrite sous

la forme 5.6, et la conservation de la quantité de mouvement sous la forme 5.7 :

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{Z} + \underline{\underline{M_{ac}}} \odot \vec{Q} = \underline{\underline{M_{ap}}} \odot \vec{Q_{ap}} \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} + \underline{\underline{M_{ad}}} \odot \vec{Q} = - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \vec{Z} - \underline{\underline{M_{fr}}} \odot \vec{Q} - \vec{V_{lim}} \quad (5.7)$$

Le vecteur \vec{Z} représente les cotes de la surface libre au centre de chaque tronçon, et les matrices $\underline{\underline{M_{ac}}}$ et $\underline{\underline{M_{ap}}}$ l'accumulation d'eau et les apports. Le vecteur \vec{Q} représente les débits aux sections délimitant les tronçons, et les matrices $\underline{\underline{M_{ad}}}$, $\underline{\underline{M_{pr}}}$ et $\underline{\underline{M_{fr}}}$ ses sensibilités respectivement à l'advection, au champ de pression et aux frottements.

5.3.3 Discrétisation temporelle

Les valeurs du débit et de la cote de la surface libre sont approchées par un schéma partiellement implicite :

$$\vec{Q} = \theta \cdot \vec{Q}^{N+1} + (1 - \theta) \cdot \vec{Q}^N \quad ; \quad \vec{Z} = \theta \cdot \vec{Z}^{N+1} + (1 - \theta) \cdot \vec{Z}^N \quad (5.8)$$

Les vecteurs \vec{Q}^N et \vec{Z}^N sont les estimations à l'itération N des vecteurs \vec{Q} et \vec{Z} . Les vecteurs \vec{Q}^{N+1} et \vec{Z}^{N+1} sont leurs estimations à l'itération $N + 1$. le facteur θ est le degré implicite du schéma. Sa valeur est comprise entre 0.5 et 1. Les dérivées partielles au temps des vecteurs \vec{Q} et \vec{Z} sont approchées par différences finies :

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} = \frac{\vec{Q}^{N+1} - \vec{Q}^N}{\Delta t} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial t} \vec{Z} = \frac{\vec{Z}^{N+1} - \vec{Z}^N}{\Delta t} \quad (5.9)$$

Les itérations N et $N + 1$ étant séparées par le pas de temps Δt . La dérivée partielle au temps de la cote de la surface libre dans la conservation de la masse est discrétisée et permet de réécrire l'équation 5.6 sous la forme :

$$\vec{Z}^{N+1} = \vec{Z}^N - \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{ac}}} \odot \vec{Q} + \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{ap}}} \odot \vec{Q_{ap}} \quad (5.10)$$

suivie de la cote de la surface libre dans la conservation de la quantité de mouvement (équation 5.7) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} = - \left(\underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}} \right) \odot \vec{Q} - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \left(\theta \cdot \vec{Z}^{N+1} - (1 - \theta) \cdot \vec{Z}^N \right) - \vec{V_{lim}} \quad (5.11)$$

La cote de la surface libre à l'itération $N + 1$ dans l'équation 5.11 est remplacée par son expression dans 5.10, permettant d'obtenir une expression n'incluant que le débit comme inconnue :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} = & - \left(\underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \underline{\underline{M_{ac}}} \right) \odot \vec{Q} - \vec{V_{lim}} \\ & - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \vec{Z}^N - \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \underline{\underline{M_{ap}}} \odot \vec{Q_{ap}} \end{aligned} \quad (5.12)$$

En définissant une matrice globale $\underline{\underline{M_G}}$ et un vecteur global $\vec{V_G}$:

$$\underline{\underline{M_G}} = \underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \underline{\underline{M_{ac}}} \quad (5.13)$$

$$\vec{V_G} = \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \vec{Z}^N + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \underline{\underline{M_{ap}}} \odot \vec{Q_{ap}} - \vec{V_{lim}} \quad (5.14)$$

l'équation 5.11 est réécrite :

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{\mathbf{Q}} = - \underline{\underline{\mathbf{M}_G}} \odot \vec{\mathbf{Q}} - \vec{\mathbf{V}_G} \quad (5.15)$$

En remplaçant la dérivée partielle au temps du débit par son expression discrétisée, et le débit par son évaluation partiellement implicite, l'équation 5.15 devient :

$$\left(\underline{\underline{1}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}_G}} \right) \odot \vec{\mathbf{Q}}^{N+1} = \left(\underline{\underline{1}} - (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}_G}} \right) \odot \vec{\mathbf{Q}}^N - \Delta t \cdot \vec{\mathbf{V}_G} \quad (5.16)$$

Cette équation est résolue numériquement et permet d'obtenir les débits à chaque section à l'itération $N+1$. Connaissant ces débits, l'équation 5.10 donne directement accès aux cotes de la surface libre à l'itération $N+1$. L'écoulement transitoire pour l'hydrologie est calculé ainsi sur la durée désirée. L'écoulement permanent nécessaire au calcul de la perturbation de vitesse est obtenu par convergence du régime transitoire.

5.4 Mise en œuvre

Ce paragraphe décrit l'implémentation du modèle d'écoulement Saint Venant dans le modèle de migration, ainsi que les aménagements nécessaires : l'obtention d'un lit puis d'une surface libre, et le calcul du paramètre de rugosité de Strickler compatible avec le coefficient de trainée utilisé dans le reste du modèle de migration.

5.4.1 Insertion du modèle Saint Venant dans le modèle à pente variable

Comme il a été vu plus haut, le modèle à pente variable englobe celui à pente constante. Ainsi, en utilisant pour les vitesses et hauteurs moyennes des sections des valeurs moyennes calculées pour l'ensemble du cours d'eau, les perturbations de vitesse calculées avec le modèle à pente variable sont identiques à celles calculées avec le modèle à pente constante. La différence entre ces deux modèles relève donc du calcul de l'écoulement moyen. L'introduction du modèle Saint Venant dans le modèle de migration est très similaire. Seul le calcul de l'écoulement moyen est modifié, le calcul des perturbations de vitesse du modèle à pente variable et le calcul de la migration étant conservés tels quels (figure 5.1).

Quel que soit le modèle considéré, le calcul de l'écoulement pour le modèle de migration peut être décomposé en deux étapes :

- le calcul de l'écoulement moyen dans chaque section (vitesse et hauteur d'eau moyennes),
- le calcul des perturbations de vitesse dans chaque section.

5.4.2 Détermination du fond et reconstruction de la surface

Alors que les modèles à pente constante et à pente variable calculent l'écoulement moyen sous une surface libre, le modèle Saint Venant calcule l'écoulement moyen sur un fond. Pour amorcer les calculs, il faut donc construire un fond. Pour être calculé précisément, le fond doit résulter de la dynamique du transport par charriage des sédiments qui le composent. En première approche, nous avons adopté un principe simple permettant de s'affranchir d'un modèle de transport. Le fond est construit en considérant la topographie :

- connaissant le tracé plan du cours d'eau (figure 5.2.a), un profil longitudinal est calculé sur la topographie.
- ce profil est affecté provisoirement au fond du chenal (figure 5.2.b),

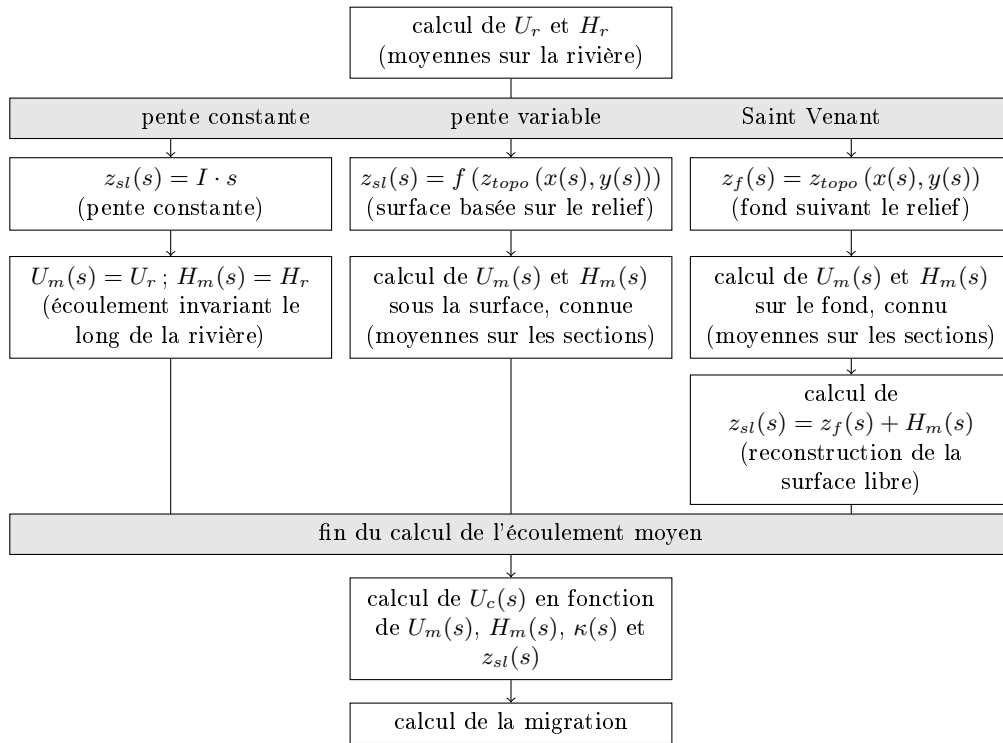


FIG 5.1 – Représentation de l'implémentation des algorithmes de migration. Le modèle Saint Venant s'insère comme une variation du calcul de l'écoulement moyen. Que l'écoulement moyen soit calculé avec le modèle à pente constante, celui à pente variable ou le modèle Saint Venant, la perturbation de vitesse est toujours calculée avec la même méthode, celle du modèle à pente variable.

- les sections sont assimilées à des rectangles : fond plat et berges verticales (cette représentation est cohérente avec le calcul de l'écoulement moyen dans le modèle à pente variable),
- l'écoulement moyen est calculé par le modèle Saint Venant (figure 5.2.c),
- pour assurer que la surface libre ne soit pas plus élevée que les berges, le fond est translaté vers le bas de la valeur de la plus grande hauteur d'eau (figure 5.2.d),

Cette méthode donne des profils variés qui, bien que non construits par un transport sédimentaire, permettent de tester rapidement le comportement du modèle Saint Venant.

Si le calcul de l'écoulement moyen utilise comme donnée géométrique le profil longitudinal du fond, celui de la surface est cependant toujours nécessaire au calcul des perturbations de vitesse. Une fois l'écoulement moyen calculé, le profil de la surface est aisément obtenu en additionnant dans chaque section la hauteur d'eau et l'altitude du fond. Le mod-

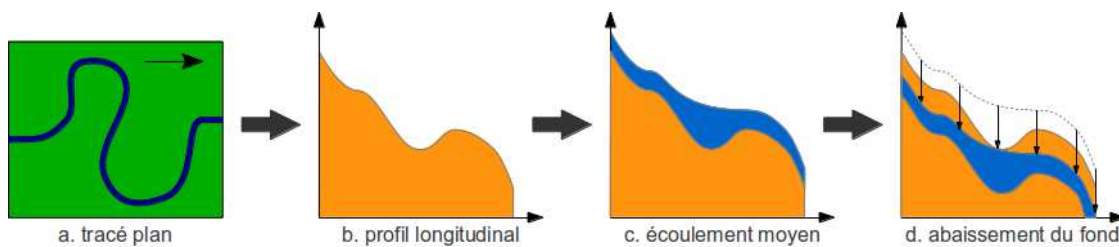


FIG 5.2 – Construction du fond pour le modèle Saint Venant. Considérant le tracé plan (a), un profil est déterminé pour le fond (b). Après calcul de l'écoulement moyen (c), le fond est translaté (d) pour garantir que la surface ne dépasse pas la topographie.

èle Saint Venant peut parfaitement gérer, pour sa part, des portions de lit ascendantes. Comme la surface obtenue résulte de l'écoulement moyen et non plus de la seule topographie, il n'y a plus lieu de s'inquiéter de portions ascendantes capables de générer un point d'arrêt dans l'écoulement. La modification élaborée lors de l'implémentation du modèle à pente variable garantissant des profils longitudinaux exclusivement descendants n'est donc plus nécessaire.

5.4.3 Calcul du coefficient de Strickler

La dernière étape de la mise en œuvre du modèle Saint Venant concerne les frottements sur le fond. En effet, les modèles à pente constante ou variable présentés jusqu'ici intègrent ces frottements de manière simplifiée, par l'introduction du coefficient C_f , assimilable à un coefficient de trainée. En revanche, le modèle Saint Venant utilise une formulation hydrologique, basée sur un paramètre de rugosité : le coefficient de Strickler. Pour passer de l'un à l'autre, on utilise un triplet d'équations :

- la définition de la vitesse de référence (écoulement moyenné sur l'ensemble du cours d'eau étudié), décrivant l'équilibre entre le poids d'une colonne d'eau et les frottements à sa base,
- la conservation du débit liant ce dernier aux moyennes sur le chenal de la vitesse et de la hauteur d'eau (vitesse et hauteur de référence),
- la loi de Manning-Strickler, équivalente à la définition de la vitesse de référence avec le coefficient de Strickler (ou celui de Manning).

La première étape est le calcul de la hauteur de référence, qui s'obtient en combinant la définition de la vitesse de référence et la conservation du débit :

$$H_r = \sqrt[3]{\frac{C_f \cdot Q^2}{g \cdot I_r \cdot L_r^2}} \quad (5.17)$$

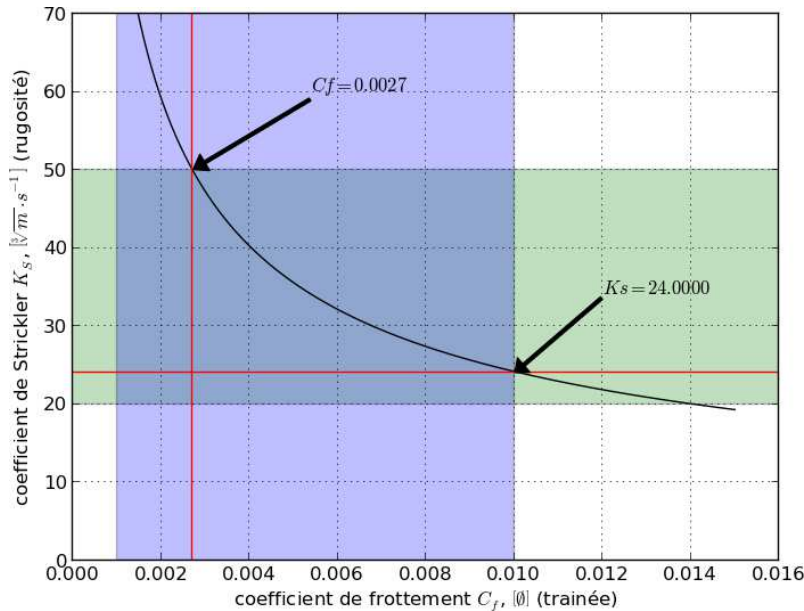


FIG 5.3 – Coefficient de Strickler en fonction du coefficient de friction (courbe en noir), pour un cours d'eau ayant une pente moyenne de 0,001 ; un débit de $1000 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et une largeur de 50 m . Les zones bleues et vertes représentent les zones de validité respectives de C_f et K_s en rivières naturelles.

Cette hauteur de référence est ensuite utilisée dans la loi de Manning Strickler pour obtenir le coefficient de Strickler K_S équivalent au coefficient de friction C_f :

$$K_S = \frac{Q}{L_r \cdot \sqrt{I_r} \cdot \sqrt[3]{H_r^5}} \quad (5.18)$$

La figure 5.3 présente la courbe du coefficient de Strickler en fonction du coefficient de frottement pour un cours d'eau donné (courbe noire). À son examen, on peut constater que les deux descriptions ne sont pas strictement équivalentes. En effet la zone bleue, qui représente la gamme de C_f pour les rivières naturelles (de 10^{-3} à 10^{-2}) et la zone verte, qui incarne la gamme de K_S pour les lits naturels (de 20 à 50 $\sqrt[3]{m} \cdot s^{-1}$) n'englobent pas la même portion de la courbe noire, qui permet de C_f à K_S . L'utilisation d'une très faible valeur pour l'un des coefficients entraîne une valeur trop élevée du second.

Par ailleurs, il convient de noter que le calcul du coefficient de Strickler s'obtient à partir du coefficient de frottement en faisant appel à la hauteur d'eau. En utilisant la hauteur d'eau de référence, on obtient une valeur de K_S équivalente à celle de C_f sur l'ensemble du chenal. En toute rigueur, comme la hauteur d'eau varie à chaque section, la valeur de K_S devrait changer en tout point, même si C_f est constant dans le chenal. Tant que les valeurs de la hauteur d'eau restent dans le même ordre de grandeur, cette méthode donne cependant d'excellents résultats (voir le paragraphe 5.5.2). Dans le même esprit, la géométrie du cours d'eau changeant au fil de la simulation, ce coefficient devrait être recalculé à chaque itération. Il est cependant possible de ne le calculer qu'une fois en utilisant, comme valeur de la pente moyenne du cours d'eau, le quotient de la pente de la plaine par la tortuosité attendue du cours d'eau une fois l'équilibre dynamique atteint.

5.5 Tests et comparaison

Deux tests sont présentés ici. Le premier est destiné à déterminer la vitesse d'évolution de l'écoulement moyen. L'enjeu est une réduction de la fréquence des appels au modèle Saint Venant, et donc une réduction des temps de calcul. Le second test doit établir la validité du couplage du modèle Saint Venant et du calcul des perturbations du modèle à pente variable.

5.5.1 Stabilité de l'écoulement moyen dans le temps

Le calcul de l'écoulement moyen par le modèle Saint Venant est numériquement lourd : il demande d'attendre la convergence d'un système matriciel non linéaire. Le calcul

paramètre	valeur	unité
débit	1000	$m^3 \cdot s^{-1}$
largeur	100	m
pente de la plaine	0,003	\emptyset
coefficient de frottement	0,0036	\emptyset
coefficient de Strickler	45.	\emptyset
coefficient d'affouillement	3	\emptyset
coefficient de courants secondaires	3	\emptyset
érodabilité	1	$s \cdot an^{-1}$

TABLE 5.2 – Paramétrage de base utilisé pour les simulations du chapitre Saint Venant (pente constante, pente variable, Saint Venant).

de l'écoulement moyen, très rapide pour le modèle à pente constante (à chaque itération, un seul calcul pour tout le chenal), et rapide pour le modèle à pente variable (intégration numérique point par point d'amont en aval) devient alors l'étape la plus complexe et la plus lourde du modèle. Afin de prévenir des temps de simulation rédibitoires, il est donc intéressant de pouvoir conserver l'écoulement moyen calculé lors d'une itération pour les itérations suivantes, et de ne recalculer systématiquement que la perturbation de vitesse et la migration. Pour cela, il convient de déterminer l'impact de cette réutilisation.

Dans ce but, trois simulations sont menées, avec un paramétrage semblable. Elles réutilisent le même écoulement moyen pendant 10, 100 ou 500 itérations. Le tracé initial est limité aux huit premiers kilomètres de plaine de l'itération 400 de la simulation à pente variable des méandres libres. La durée des simulations est d'abord de 500 itérations, puis de 1 000. L'ensemble des paramètres de simulation est résumé dans le tableau 5.2.

Les tracés des différentes lignes médianes obtenues sont réunis sur la figure 5.4a. On

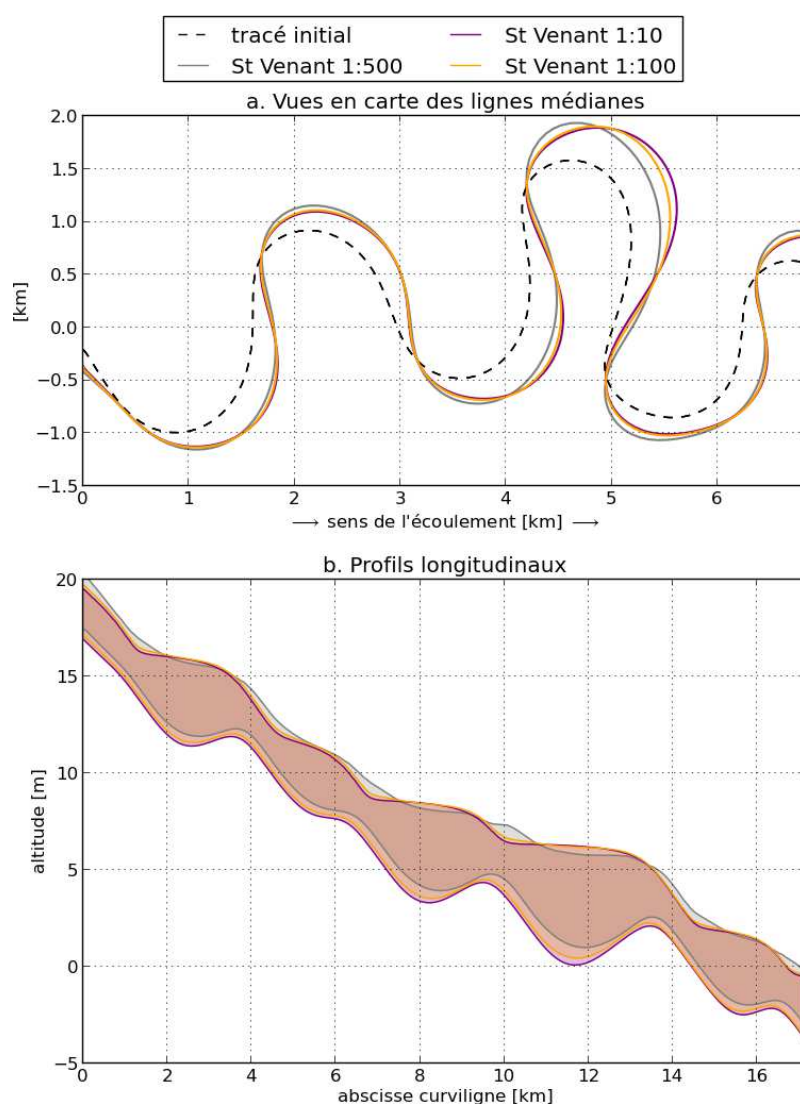


FIG 5.4 – Influence sur la migration et le profil longitudinal de la fréquence de calcul de l'écoulement moyen avec le modèle Saint-Venant. Tracés de la ligne médiane (a) et profils longitudinaux (b) après migration pendant 500 itérations. Écoulement moyen calculé toutes les 10 itérations (1 :10), toutes les 100 itérations (1 :100) et toutes les 500 itérations (1 :500). Le tracé interrompu *noir* représente la ligne médiane initiale, commune à toutes les simulations. Les profils sont disposés de manière à ce que les surfaces libres aient la même altitude moyenne.

peut constater que les tracés obtenus en recalculant l'écoulement moyen toutes les 10 itérations et toutes les 100 itérations (tracés 1 :10 et 1 :100) sont très proches, bien que l'un ait vu son écoulement moyen recalculé 50 fois, contre 5 pour l'autre. Ces deux tracés sont quasiment superposés sur presque toute leur longueur, et ne diffèrent légèrement qu'en un endroit. En revanche, en recalculant l'écoulement moyen toutes les 500 itérations (tracé 1 :500), la ligne médiane est sensiblement différente.

Ces observations sont confirmées par l'examen des profils longitudinaux, représentés sur la figure 5.4b. De nouveau, les simulations 1 :10 et 1 :100 sont très proches. Au contraire, le profil 1 :500 se distingue nettement des deux autres. En particulier, les hauteurs d'eau sont plus faibles et moins variées. Ceci est dû à au développement des méandres au cours de la simulation, qui ont allongé le tracé du chenal et donc diminué la pente moyenne. Les deux premières simulations, avec les recalculs de l'écoulement moyen, ont progressivement intégré cette diminution de pente par un ralentissement de l'écoulement et une augmentation de la profondeur. N'ayant pas vu son écoulement moyen recalculé, la troisième simulation a conservé l'écoulement initial plus rapide et moins profond.

Ultimement les simulations recalculant l'écoulement moyen toutes les 10 et 100 itérations divergent également. Cette divergence est illustrée par la figure 5.5 représentant les tracés à 1 000 itérations. On peut y voir que les différences entre les tracés 1 :10 et 1 :100 et le tracé 1 :500 (dont l'écoulement moyen a donc été calculé deux fois seulement) se sont accrues. Ce dernier tracé semble devoir franchement diverger des deux autres. En revanche, si les tracés 1 :10 et 1 :100 ne sont plus superposés, ils sont très semblables. Le tracé 1 :100 est en fait en avance sur le tracé 1 :10. Cette migration plus rapide est due au fait que la deuxième simulation réagit avec un retard à la diminution de la pente engendrée par l'extension des méandres. L'écoulement moyen ralentit moins rapidement, il est donc fréquemment plus érosif. Ce retard doit être pris en compte lors de l'analyse de la cinématique du développement des méandres dans les simulations Saint-Venant. Lors de l'application du modèle à la simulation de cours d'eau réel, le calibrage du coefficient d'érodabilité doit également en tenir compte.

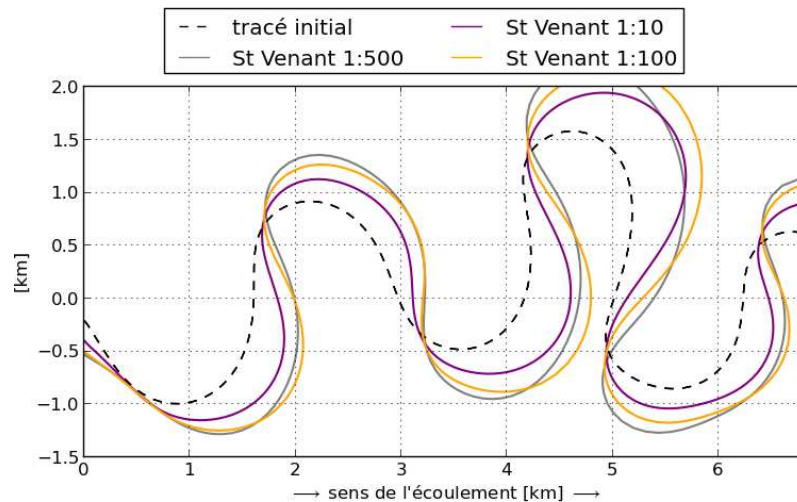


FIG 5.5 — Influence sur la migration et le profil longitudinal de la fréquence de calcul de l'écoulement moyen avec le modèle Saint-Venant. Tracés de la ligne médiane après migration pendant 1 000 itérations. Écoulement moyen calculé toutes les 10 itérations (1 :10), toutes les 100 itérations (1 :100) et toutes les 500 itérations (1 :500). Le tracé interrompu *noir* représente la ligne médiane initiale, commune à toutes les simulations. Les profils sont disposés de manière à ce que les surfaces libres aient la même altitude moyenne.

5.5.2 Comparaison aux modèles hydrauliques antérieurs

Afin d'appuyer la validité de la substitution du calcul de l'écoulement moyen du modèle à pente variable par le modèle Saint Venant, il convient de s'assurer que ce dernier décrit bien un écoulement compatible avec le calcul des perturbations hérité du modèle à pente variable. Pour cela, on réalise deux tests, symétriques :

Test 1 : référence fond

- un profil longitudinal du fond est utilisé comme donnée de départ,
- l'écoulement moyen est calculé avec le modèle Saint Venant,
- le profil longitudinal de la surface est construit avec les hauteurs d'eau,
- l'écoulement moyen est recalculé avec le modèle à pente variable,
- le fond est comparé au profil initial.

Test 2 : référence surface

- un profil longitudinal de la surface est utilisé comme donnée de départ,
- l'écoulement moyen est calculé avec le modèle à pente variable,
- le profil longitudinal du fond est construit avec les hauteurs d'eau,
- l'écoulement moyen est recalculé avec le modèle Saint Venant,
- la surface est comparée au profil initial.

L'objectif de ces tests est de montrer que les calculs de l'écoulement moyen à pente variable ou Saint Venant donnent bien des résultats proches et ne diffèrent que par la géométrie de départ, respectivement les profils longitudinaux de la surface et du fond. C'est à cette condition que l'écoulement moyen calculé en utilisant le modèle Saint Venant peut être légitimement utilisé pour calculer la perturbation de vitesse avec le modèle à pente variable.

Les tracés initiaux – dont les profils sont utilisés pour déterminer la surface ou le fond de départ – sont les huit premiers kilomètres de plaine de l'itération 400 de la simulation à pente variable des méandres libres, comme pour la détermination de la validité de l'écoulement moyen sur 100 itérations. Le paramétrage est identique à celui utilisé pour déterminer la validité de la réutilisation de l'écoulement moyen (tableau 5.2). Dans le test 1, le profil longitudinal déduit de la topographie est utilisé tel quel pour initialiser le fond. Dans le test 2, la correction destinée à éviter les portions ascendantes est appliquée au profil déduit de la topographie avant qu'il ne soit attribué à la surface (limite pente nulle).

Les résultats des simulations à pente variable et Saint Venant des deux tests sont synthétisés sur la figure 5.6. Pour comparaison figurent également, pour chaque test, les résultats d'une simulation à pente constante. Ces tests portant sur la géométrie de l'écoulement, les résultats principaux sont les profils longitudinaux, mais les vitesses moyennes dans les sections ainsi que les perturbations de vitesse associées sont également comparées.

En premier lieu, on remarque que les profils longitudinaux des simulations Saint Venant et à pente variable sont, dans chaque test, extrêmement proches. Dans le premier test, les profils des fonds sont indiscernables sur la totalité du tracé. Il en va de même pour les surfaces du second test, à l'exception des derniers points, pour lesquels la surface de la simulation Saint Venant est supérieure à celle de la simulation à pente variable. Le test 1 montre donc qu'en calculant un écoulement moyen sur un fond avec le modèle Saint-Venant, puis en recalculant, avec le modèle à pente variable, l'écoulement moyen sous la surface obtenue, on retrouve bien le fond initial. De manière symétrique, le test 2 indique qu'en calculant un écoulement moyen sous une surface avec le modèle à pente variable, puis en recalculant, avec le modèle Saint-Venant, l'écoulement moyen sur le fond obtenu, on retrouve la surface initiale.

L'examen des vitesses moyennes dans les sections permet de préciser ces observations pour chaque test. À nouveau, pour le premier test, les simulations Saint-Venant et à pente

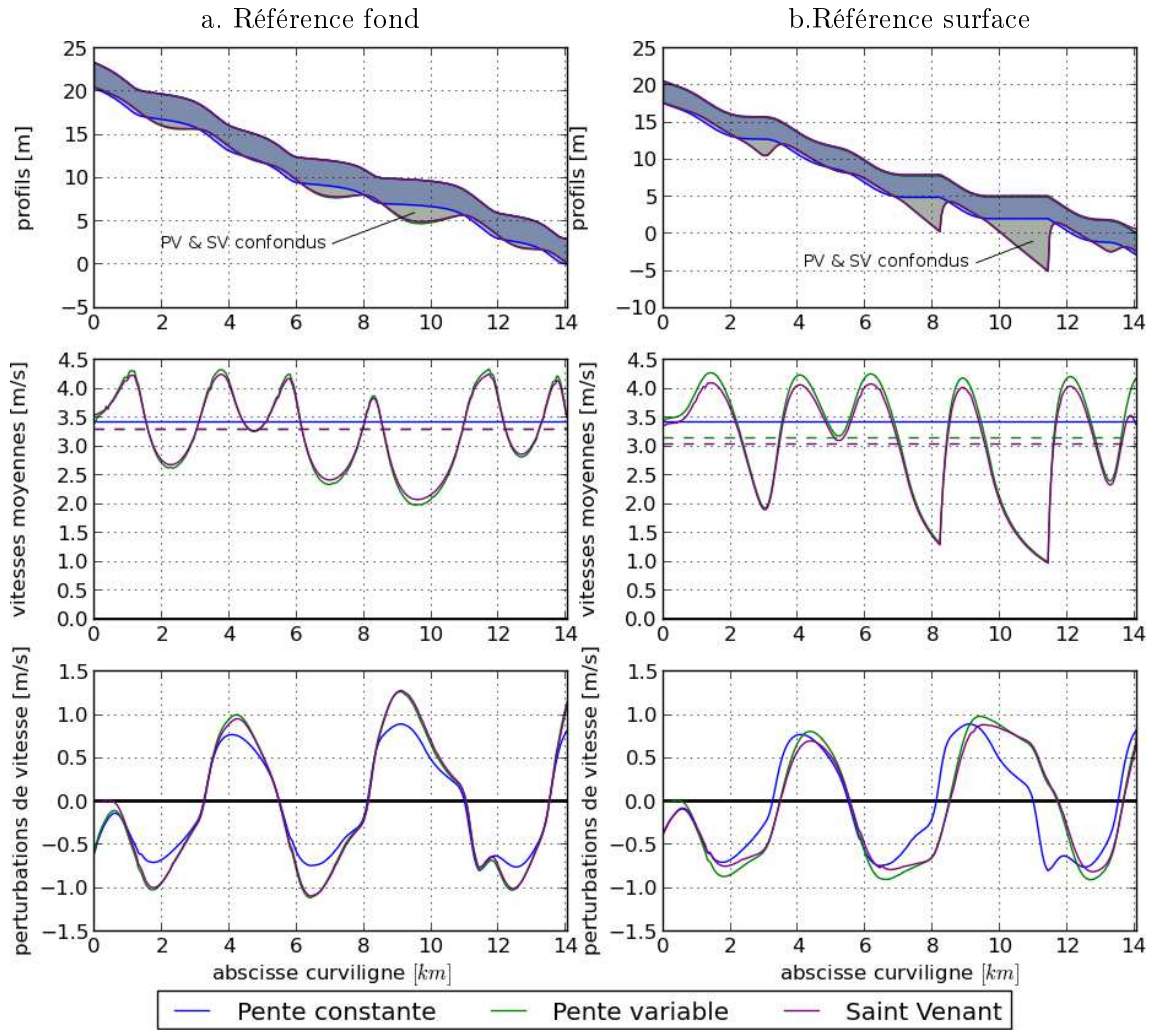


FIG 5.6 — Profils longitudinaux, vitesses moyennes dans les sections et perturbations de vitesse des simulations des tests 1 et 2 (référence fond et surface). Les profils des simulations à pente constante sont déformés de manière à ce que leur surface soit confondue avec celle des simulations à pente variable. Les droites horizontales en traits interrompus indiquent les moyennes de la vitesse sur le cours d'eau entier pour les simulations Saint Venant et à pente variable.

locale sont extrêmement proches. les deux courbes sont souvent confondues, la seule différence étant des extrêmes légèrement plus prononcés avec le modèle à pente variable qu'avec le modèle Saint Venant. La moyenne de la vitesse sur l'ensemble du chenal est la même pour ces deux simulations (tirets interrompus verts et rouges confondus). Cette valeur est d'ailleurs en accord, quoique légèrement inférieure, avec la vitesse de référence donnée par le modèle à pente constante (droite bleue) : $3,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ contre $3,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Pour le second test, la comparaison des vitesses moyennes dans les sections met en évidence des différences entre les simulations Saint Venant et à pente locale que l'affichage des profils longitudinaux atténuait, pour des raisons d'échelle. Ces différences, plus prononcées que dans le premier test, concernent principalement les vitesses maximales, plus élevées avec le modèle à pente variable qu'avec le modèle Saint Venant. Cette différence demeure faible et s'estompe lorsque l'on s'éloigne des maximums. Les vitesses moyennes pour l'ensemble du chenal montrent la même différence : celle de la simulation à pente variable est légèrement plus élevée que celle de la simulation Saint Venant ($3,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ contre $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, et

$3,4 m \cdot s^{-1}$ pour la simulation à pente constante). Cet écart entre les vitesses moyennes des simulations Saint Venant et à pente variable est maximal à la fin du cours d'eau, où il atteint $0,8 m \cdot s^{-1}$.

Ces différentes observations se traduisent dans les tracés des perturbations de vitesse. La grande équivalence des écoulements moyens calculés par les méthodes Saint Venant ou pente variable engendre mécaniquement une forte similitude des perturbations de vitesse qui leurs sont associées. Comme précédemment, cette similitude est plus forte dans le premier test que dans le second. Pour appuyer cette similitude, on remarque que malgré quelques différences d'amplitude, les courbes des perturbations de vitesse de ces deux simulations ne présentent pas de déphasage, alors qu'un déphasage de la perturbation du modèle à pente constante par rapport aux deux autres est visible dans le second test.

La plus forte similitude de ces deux simulations dans le test 1 est aisément explicable : du fait de la méthode adoptée, les deux simulations ont, dans ce test, exactement la même surface libre, qui détermine entièrement l'accélération de l'écoulement. En comparaison, dans le test 2, les deux simulations ont le même fond mais des surfaces libres légèrement différentes, ce qui engendre de plus grandes différences dans les écoulements moyens calculés. Ce phénomène est encore exagéré pour la perturbation de vitesse : la pente locale de la surface libre étant prise en compte pour son calcul, l'écart est amplifié pour le test 2, dans lequel les surfaces libres des deux simulations ne sont pas identiques.

La plus grande différence vers l'aval entre les simulations Saint Venant et à pente variable, observée uniquement dans le test 2, est également explicable. Elle est imputable à la condition limite aval établie pour clôturer le modèle Saint Venant. Dans ce modèle, la pente de la surface libre en sortie de domaine est supposée égale à la pente moyenne du fond sur toute la plaine. Comme, pour ce cas, la pente de la surface calculée pour le modèle à pente variable ($2,9 \cdot 10^{-3}$) est supérieure à la pente moyenne du fond ($1,5 \cdot 10^{-3}$), l'écoulement sur la fin du tracé est plus rapide dans la simulation à pente constante que dans la simulation Saint-Venant.

En conclusion, ces tests indiquent que les méthodes Saint Venant et à pente variable modélisent bien un même écoulement moyen, le premier à partir de son fond et le second à partir de sa surface. En conséquence, il est tout-à-fait légitime d'appliquer le calcul des perturbations de vitesse du modèle à pente variable à un écoulement moyen obtenu par le modèle Saint-Venant.

5.6 Évolution des systèmes méandriformes libres

La simulation présentée ici est l'équivalent pour le modèle Saint-Venant de celles menées précédemment pour comparer les simulations à pente constante et à pente variable (voir 3.3). Le paramétrage employé est celui des tests précédents (tableau 5.2). Il ne diffère du tableau 3.1 que par l'apparition du coefficient de Strickler, calculé à partir du coefficient de friction. La durée de simulation est réduite de 100 000 à 50 000 itérations en raison des temps de calcul. La plaine mesure $30 km$ de long et le tracé de départ est le tracé de référence utilisé dans les tests du chapitre précédent.

L'organisation de cette partie est semblable à celle de la partie 3.3. Les résultats des simulations sont analysés d'abord à court terme, sur les 10 000 premières itérations, puis à long terme, sur 50 000 itérations. Ces résultats sont comparés à ceux du modèle à pente variable, mais également à ceux du modèle à pente constante (les simulations à pente constante et à pente variable sont celles du chapitre précédent).

5.6.1 Évolution à court terme

Dans ce premier paragraphe sont décrites les premières itérations de la simulation Saint Venant. On regarde tout d'abord la formation des premiers méandres, jusqu'à 2 500 itérations (premiers recoupements), puis l'évolution des paramètres du tracé méandriforme, jusqu'à 10 000 itérations.

Sur la figure 5.7 sont présentées les vues en carte de la plaine d'inondation obtenue avec la simulation Saint Venant jusqu'à 2 500 itérations, à côté de celles obtenues avec les simulations à pente variable et à pente constante dans le chapitre précédent.

Pour la simulation Saint Venant, on note d'abord un développement des méandres assez hétérogène au cours des 1 500 premières itérations : les méandres des derniers kilomètres de plaine gagnent plus rapidement en amplitude que les autres. À partir de 1 500 itérations, l'extension de ces méandres rapides ralentit. Ils se déforment alors en s'incurvant vers l'aval, pendant que les méandres lents poursuivent leur croissance. À la dernière itération (2 500), deux méandres se sont recoupés.

Le développement inégal sur les 1 500 premières itérations de la simulation Saint Venant est similaire à celui observé dans la simulation à pente constante. De même, les

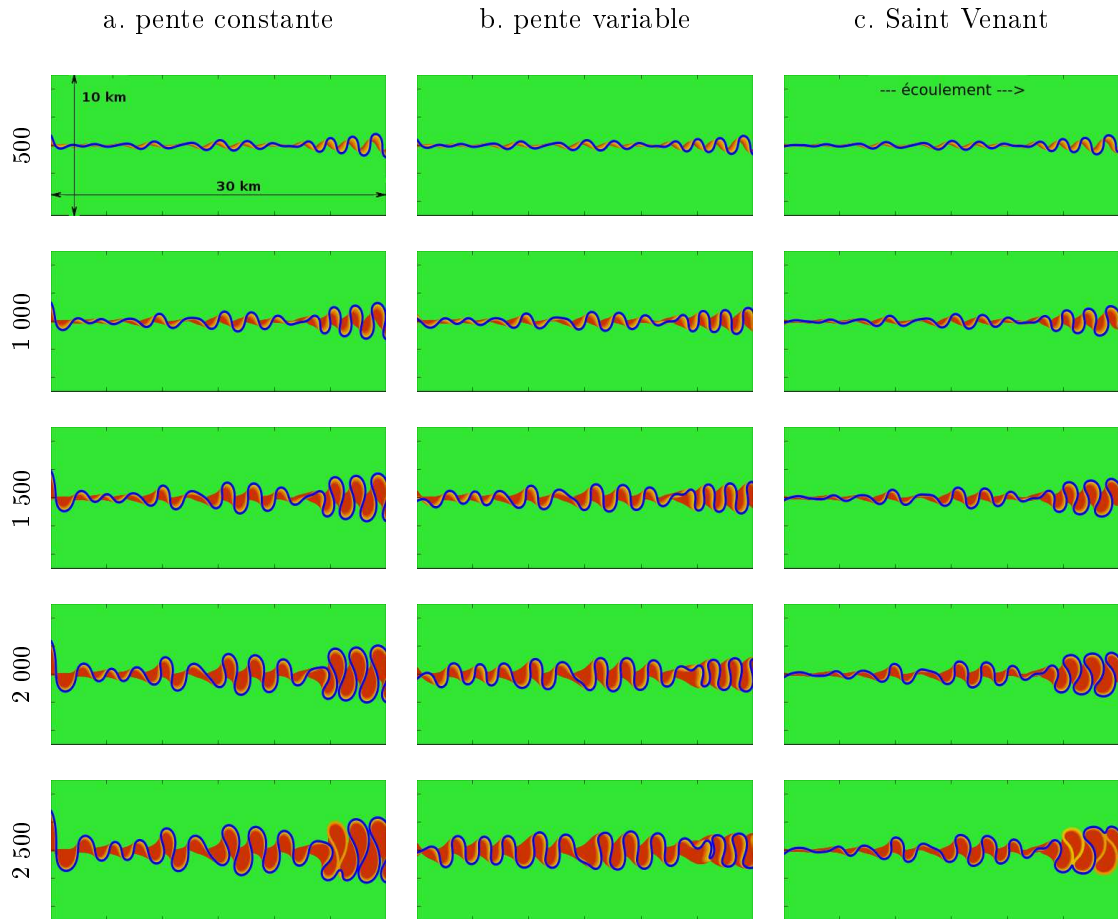


FIG 5.7 — Comparaison du développement des méandres des simulations à pente constante (a), à pente variable (b) et Saint Venant (c). Les migrations sont représentées toutes les 500 itérations (en jaune, la migration au cours des 500 dernières itérations; en rouge les migrations plus anciennes). La dernière itération (2 500) correspond aux premiers recoupements de méandre (modèles à pente constante et Saint Venant). Les paramètres de simulation figurent dans le tableau 5.2.

méandres s'incurvant vers l'aval à la fin des 2 500 itérations se rencontrent également dans la simulation à pente constante. Cependant, la diminution de la vitesse d'extension des méandres les plus développés peut être directement relié à la simulation à pente variable. Le mécanisme est similaire : la pente moyenne d'un méandre diminue lorsqu'il se développe, entraînant une diminution de la vitesse moyenne et de la capacité érosive. On note également qu'à la fin des 2 500 itérations, la simulation Saint Venant enregistre deux recoupements de méandres, contre un seul pour la simulation à pente constante et aucun pour la simulation à pente variable. La simulation Saint Venant regroupe donc des caractéristiques des modèles à pente constante et à pente variable.

Après la comparaison des tracés en plan, l'évolution de quatre variables décrivant la forme planimétrique des méandres est présentée jusqu'à 10 000 itérations, pour le modèle à pente constante, pour celui à pente variable et pour le modèle Saint Venant (figure 5.8).

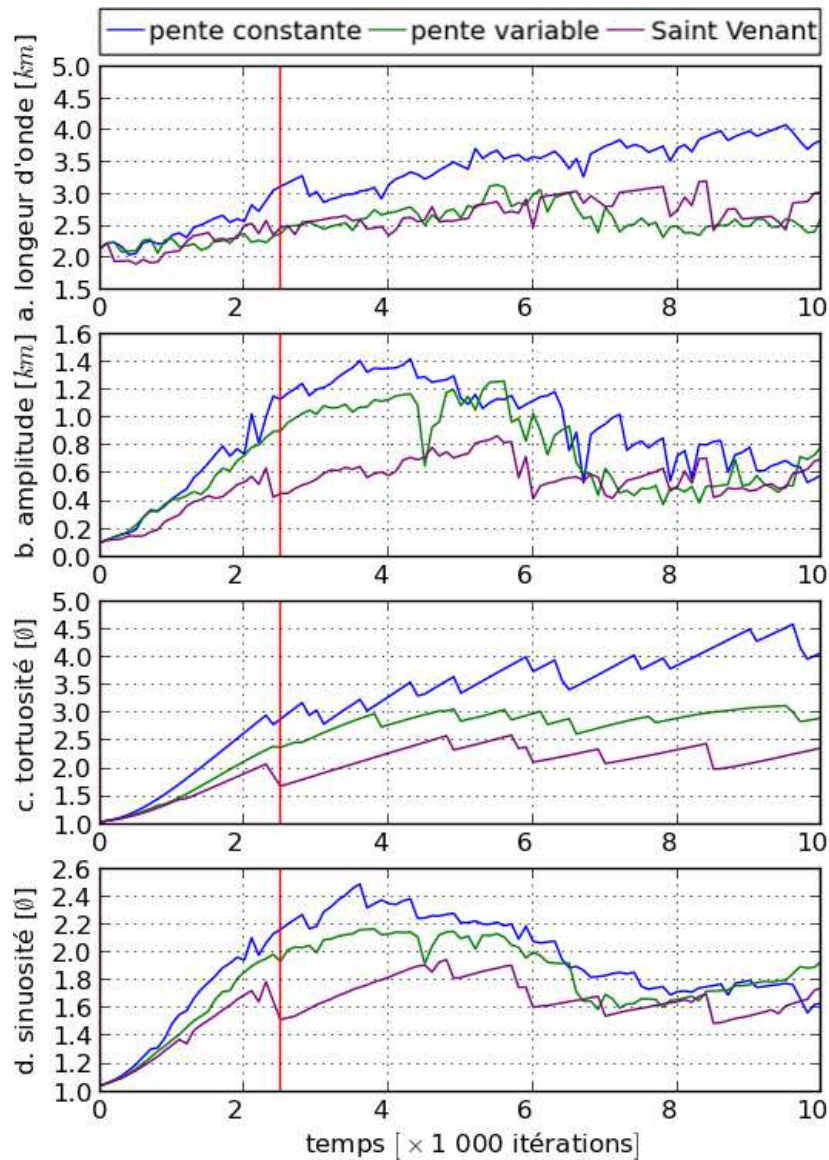


FIG 5.8 – Évolution à court terme des paramètres décrivant un tracé méandriforme : (a) la longueur d'onde, (b) l'amplitude, (c) la sinuosité et (d) la tortuosité (en bleu le modèle à pente constante, en vert celui à pente variable et en violet le modèle Saint Venant). Le trait rouge (itération 2 500) correspond à la dernière itération présentée sur la figure 5.7.

La longueur d'onde (figure 5.8.a) de la simulation Saint Venant est, comme pour les deux simulations précédentes, régulièrement croissante. Elle est très proche de la longueur d'onde de la simulation à pente variable jusqu'à 7 000 itérations et s'en écarte légèrement sur les 3 000 dernières itérations. Concernant l'amplitude (figure 5.8.b), l'évolution de la simulation Saint Venant est sensiblement différente des simulations précédentes. Les simulations à pente constante et à pente variable voient l'amplitude de leurs méandres augmenter fortement jusqu'à, respectivement, 4 000 et 5 500 itérations, atteignant approximativement 1 300 m puis chutant ensuite de moitié. Dans la simulation Saint Venant, le maximum d'amplitude est atteint en même temps que celui de la simulation à pente variable, mais il n'atteint que 800 m . Entre 7 000 et 10 000 itérations, les amplitudes des trois simulations semblent se stabiliser autour de valeurs proches (environ 600 m).

Les deux dernières grandeurs, la tortuosité (figure 5.8.c) et la sinuosité (figure 5.8.d), ont des évolutions semblables aux deux premières. La tortuosité connaît une croissance régulière pour les trois simulations, et celle de la simulation Saint Venant est inférieure à celle de la simulation à pente variable, elle-même inférieure à celle de la simulation à pente constante. Les évolutions de la sinuosité présentent la même forme que celles de l'amplitude. Là encore, cette forme est beaucoup plus faible dans la simulation Saint Venant, et les trois simulations sont relativement proches à partir de 7 000 itérations.

5.6.2 Évolution à long terme

L'analyse concerne maintenant la migration du cours d'eau pendant 50 000 itérations. Comme précédemment, on s'intéresse d'abord au tracé en carte, puis à l'évolution des paramètres du tracé méandriforme.

Sur la figure 5.9 sont réunies des vues en plan à intervalle régulier des plaines de chaque simulation (toutes les 10 000 itérations). On note que les méandres de la simulation Saint Venant ne présentent pas une forme très régulière, et correspondent peu à la forme générique décrite par [Kinoshita 61] (cité de [Seminara 01]). Cependant, ces méandres ont des extensions raisonnables, et la figure multilobe reste relativement rare en comparaison avec la simulation à pente constante. On relève également un excellent confinement, proche de celui observable dans la simulation à pente variable. Enfin, la migration est beaucoup plus lente dans la simulation Saint Venant que dans les simulations à pente variable et à pente constante : les dépôts récents, en jaune, représentent une aire beaucoup plus faible dans la simulation Saint Venant que dans les autres.

On s'intéresse maintenant à l'évolution des paramètres du tracé méandriforme : les évolutions de la longueur d'onde, de l'amplitude, de la tortuosité et de la sinuosité des méandres. L'analyse est réduite à une durée de 50 000 itérations, contre 100 000 dans le chapitre précédent. L'impact de cette réduction est faible, car la stabilité des variables est observée au plus tard dès 35 000 itérations (longueur d'onde de la simulation à pente constante, figure 3.9.a1).

La longueur d'onde de la simulation Saint-Venant, qui semblait stabilisée dans l'analyse à court terme, augmente en suivant celle de la simulation à pente variable jusqu'à 20 000 itérations (figure 5.10a). Elle croît ensuite et semble suivre celle de la simulation à pente constante, pour se stabiliser à 30 000 itérations à une valeur intermédiaires entre les simulations à pente variable et à pente constante. Au contraire, l'amplitude de la simulation est stable dès 10 000 itérations (figure 5.10.b). En comparaison, les amplitudes des simulations à pente constante et à pente variable subissent une augmentation prolongée, puis décroissent pour rejoindre le niveau de la simulation Saint Venant, toujours avant 10 000 itérations. La longueur d'onde comme l'amplitude semblent plus stables dans la simula-

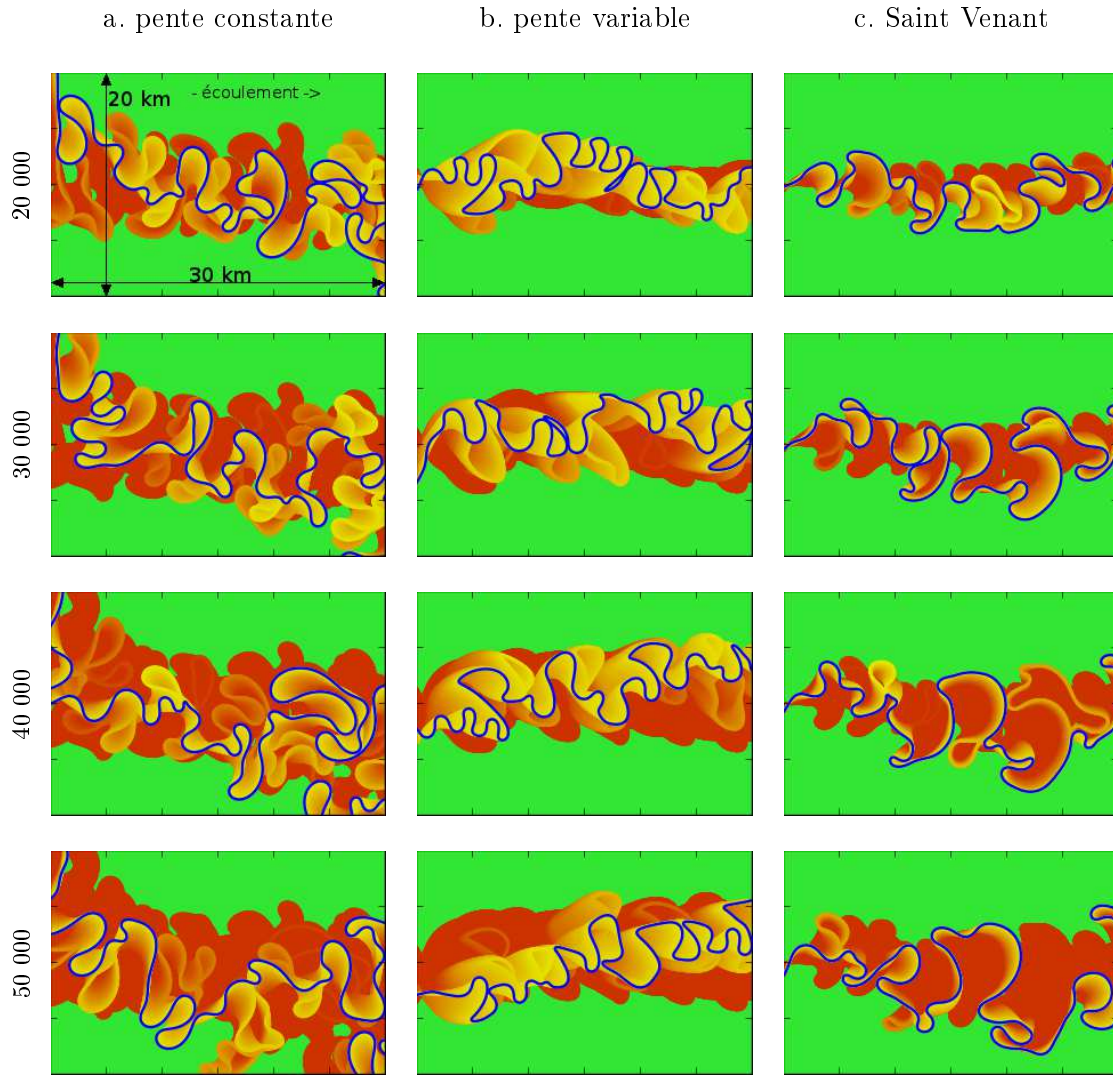


FIG 5.9 — Comparaison des ceintures de chenaux construites avec les modèles à pentes constante, à pente variable et Saint Venant. Les migrations sont représentées toutes les 10 000 itérations (en jaune-orange, la migration au cours des 10 000 dernières itérations; en rouge les migrations plus anciennes). Les paramètres de simulation figurent dans le tableau 5.2.

tions Saint Venant que dans les autres. Ceci résulte en partie de la migration plus faible, qui étale les variations et les font paraître moins brusques, mais les valeurs des variations elles-mêmes restent plus faibles.

La tortuosité de la simulation Saint Venant est inférieure à celles des simulations à pente constante et à pente variable jusqu'à 10 000 itérations (figure 5.10.c). Elles croît ensuite jusqu'à 25 000 itérations puis varie dans le même intervalle que celles des autres simulations. La sinuosité de la simulation Saint Venant connaît une évolution similaire à l'amplitude : elle est stable dès 10 000 itérations, adoptant la même valeur que les deux autres courbes, après qu'elles aient marqué un large pic (figure 5.10.d). Ni la sinuosité ni la tortuosité ne semble plus stables dans la simulation Saint Venant que dans les simulations à pente constante ou à pente variable.

Le modèle Saint Venant permet donc d'atteindre un équilibre dynamique très semblable à ceux des modèles à pente constante et à pente variable. Les amplitudes, sinuosités et tortuosités des équilibres sont équivalentes. La longueur d'onde se pose en intermédiaire

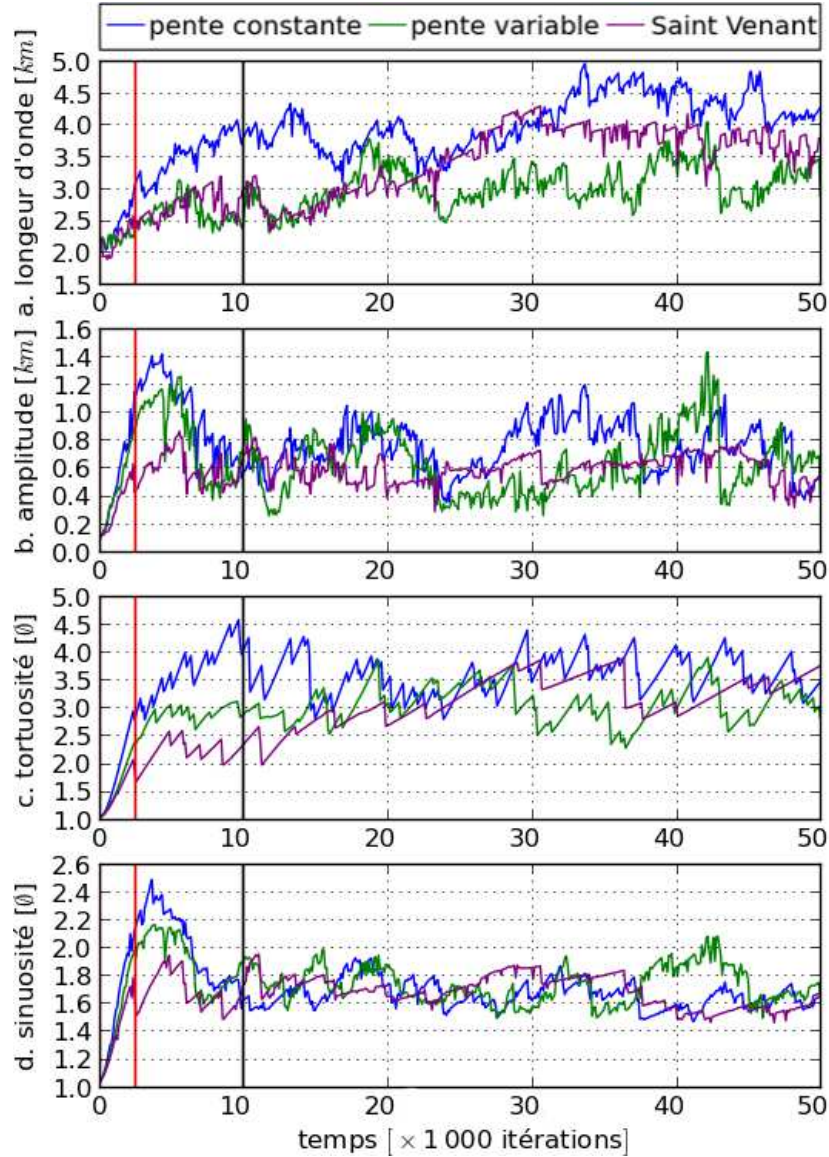


FIG 5.10 – Évolution des paramètres décrivant un tracé méandriforme : (a1) la longueur d'onde, (a2) l'amplitude, (b) la sinuosité et (c) la tortuosité (en bleu le modèle à pente constante et en vert celui à pente variable). Le trait rouge (itération 2 500) correspond à la dernière itération présentée sur la figure 5.7. Le trait noir (itération 10 000) correspond à la fin du graphique statistique précédent (figure 5.8).

entre les simulations à pente constante et à pente variable, qui diffèrent légèrement.

5.6.3 Évolution des profondeurs

Sur la figure 5.11 sont représentés les profils longitudinaux des trois simulations toutes les 10 000 itérations. On rappelle que la profondeur est constante dans la simulation à pente constante, et variable dans les autres. On peut constater que la simulation Saint Venant présente bien des variations appréciables et progressives de la profondeur. Ces variations sont plus réalistes que celles de la simulation à pente variable par leur forme et par leurs valeurs maximales. En effet, plutôt qu'une évolution linéaire et une brusque réduction, les variations de profondeurs de la simulation Saint Venant sont progressives, et forment des

coupes. De plus, la plus forte profondeur observée dans la simulation Saint Venant est 20 m, contre 60 m dans la simulation à pente variable. Ces valeurs décimétriques encore grandes pour un tel écoulement émergent dans un cadre particulier : des remontées du fond de plusieurs mètres les rendent incontournables.

L’affichage des profils permet également de comprendre un point évoqué dans l’analyse à court terme et renforcé dans l’analyse à long terme : la plus faible migration du chenal dans la simulation Saint Venant que dans les simulations à pente constante et à

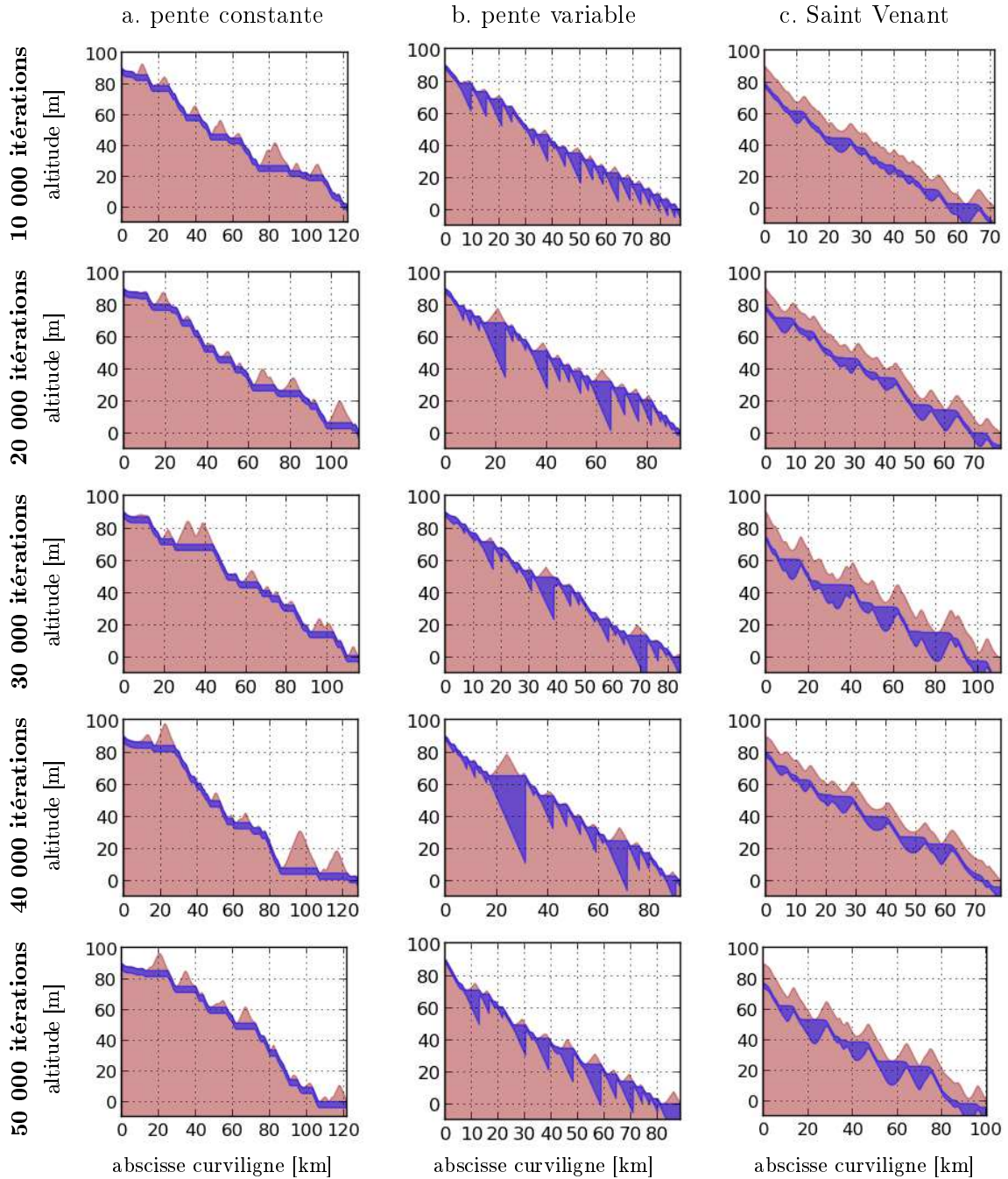


FIG 5.11 — Comparaison des profils des simulations à pentes constante, à pente variable et Saint Venant, toutes les 10 000 itérations. **En bleu**, la profondeur du chenal, **en orangé**, sous le chenal, le substratum, au dessus du chenal, les berges érodées.

pente variable. On peut en effet observer sur la figure 5.11 que la totalité du chenal est en permanence sous la surface topographique. Tout son long, les berges présentent donc des surélévations à éroder, bien visibles sur la figure, ce qui réduit fortement la migration. Il s'agit d'un artefact dû à la façon dont le fond est défini puis rabaissé pour prévenir une surface libre supérieure à la plaine (figure 5.2).

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons testé un troisième modèle d'écoulement moyen, combiné au modèle de perturbation et de migration du modèle à pente variable. Ce modèle permet de trouver, pour des configurations de fond très variées, présentant notamment d'importantes remontées, des surfaces libres physiques et des profondeurs d'écoulement réalistes. Il s'agit donc bien d'un moyen d'introduire une influence locale sur l'écoulement moyen.

Pour être pleinement valorisée, cette base doit bénéficier d'un modèle de fond physique, éventuellement basé sur un transport sédimentaire par charriage. Un tel modèle de fond risque cependant d'affaiblir la dépendance de l'écoulement à la topographie en la limitant à l'érosion des berges. Ce lien pourra plus tard être renforcé en simulant les débordements du cours d'eau sur la plaine (ce qui est déjà possible, *via* un évasement de la forme des sections ou des apports de masse négatifs).

La transposition du traitement des confluences et des diffluences, déjà opérationnel en hydrologie, ne sera possible que lorsque la partie perturbation du modèle à pente variable aura été adaptée pour les prendre en compte également.

Discussion générale et conclusion

6.1 Discussion

Au cours de ce travail, nous nous sommes attachés à introduire une variabilité de l'écoulement moyen dans un modèle de migration à long terme des systèmes fluviaux méandriformes. Cette variabilité devait être obtenue en tenant compte, lors du calcul de l'écoulement moyen, de la topographie le long du tracé du cours d'eau.

L'intérêt est multiple. D'une part, il s'agissait de mieux reproduire la dynamique des méandres naturels. Tout d'abord des méandres individuels, qui présentaient dans les simulations du modèle pré-existant des extensions excessives, ensuite des trains de méandres qui, à long terme, s'auto-confinent dans des ceintures de méandres. D'autre part, cette variabilité de l'écoulement moyen représentait un accroissement de l'information disponible dans les simulations : en effet, une profondeur d'eau variable permet de construire des dépôts de migration d'épaisseur variable, et une vitesse moyenne variant le long du cours d'eau autorise l'ajout d'un transport sédimentaire monodimensionnel.

Dans les modèles de migration issus du modèle fondateur [Ikeda 81], le cours d'eau est représenté par sa ligne médiane (marquant le milieu de la surface libre) et une itération peut être décomposée en trois étapes :

- la détermination d'un écoulement moyen (vitesse et profondeur),
- le calcul, pour chaque section du chenal, d'une perturbation de vitesse représentant le déport latéral de la zone de forte vitesse induit par la courbure du tracé,
- la migration latérale de chaque section du chenal, proportionnellement à sa perturbation de vitesse.

Le modèle sur lequel est basé Flumy est le modèle HIPS. Il s'agit du modèle fondateur proposé par [Ikeda 81], étendu par [Johannesson 89a] et [Johannesson 89b]. Dans ce modèle, l'écoulement moyen est valable pour l'ensemble du chenal, et ne prend pas en compte la topographie. Une autre formulation a été proposée par S. Lopez en 2003 ([Lopez 03]), mais n'est pas implémentée dans la version distribuée de Flumy. Cette formulation est obtenue d'une manière similaire au modèle HIPS, mais en retenant l'influence de la topographie sous la forme d'une pente longitudinale locale. Le modèle HIPS en est un cas particulier. Au lieu de proposer un écoulement moyen pour l'ensemble du chenal, une vitesse moyenne et une profondeur moyenne sont calculées pour chaque section, en considérant les accélérations et décélérations dues à la pente locale. Le calcul des perturbations de vitesse associées prend alors en compte la courbure du tracé, les vitesses et profondeurs moyennes et la pente locale.

Pour étudier l'introduction d'une variabilité de l'écoulement reposant sur la topographie, nous avons modélisé isolément la migration d'un cours d'eau méandriforme sur une topographie représentée par un plan incliné. Le calcul de la perturbation de vitesse est donné par l'algorithme proposé par S. Lopez [Lopez 03]. Pour le calcul de l'écoulement moyen, trois options sont proposées :

- un écoulement moyen valable pour tout le chenal, l'ensemble correspondant alors au modèle HIPS, désigné par *modèle à pente constante*,
- un écoulement variable suivant le modèle de S. Lopez, désigné par *modèle à pente variable*,
- un écoulement variable obtenue avec les équations de Saint Venant considérant non plus la surface libre mais le fond du chenal, baptisé *modèle Saint Venant*.

Cet outil nous a alors permis de confronter ces différents modèles.

Dans les simulations à pente constante de systèmes libres, les méandres balaient l'ensemble de la plaine sur une zone de plus en plus large. Le modèle à *pente constante* autorise une importante divagation du chenal sur la plaine. En comparaison, le modèle à *pente variable* présente de nombreux avantages dans la modélisation des méandres libres. Il permet un développement harmonieux de tous les méandres dès les premières itérations. Ceci est dû à une reproduction plus réaliste de l'évolution individuelle des méandres. Leur vitesse de déformation chute avec leur âge, suivant en cela la diminution de leur pente moyenne. La topographie constitue un rétro-contrôle capable, tant par la prise en compte d'une érosion des berges que par les variations de l'écoulement moyen, de freiner la migration des sections du chenal. Le confinement du cours d'eau au sein d'une ceinture de méandres est donc mieux reproduit.

Dans des situations particulières, où la pente de la surface libre s'annule, le modèle à *pente variable* simule toutefois un ralentissement important de l'écoulement, induisant un approfondissement considérable et non naturel des sections. Cependant, l'introduction d'une limitation de la pente garantissant une motricité minimale a permis de réduire ce phénomène. La principale cause identifiée de ce ralentissement est une surface libre non physique.

Dans quatre autres simulations, nous avons appliqué ces deux modèles à la reproduction des méandres confinés de deux rivières canadiennes, la Beaver et la Red Deer. Leurs méandres se trouvent dans des vallées dont la largeur, légèrement inférieure à leur amplitude naturelle, entravent leur développement et leur confèrent une forme asymétrique caractéristique. Les deux modèles ont pu reproduire les morphologies des méandres confinés, mais le modèle à *pente variable* a montré une meilleure reproduction de leur asymétrie, en particulier celle, très prononcée, de la Beaver.

Nous avons alors tenté de remplacer le calcul d'un écoulement moyen sous une surface donnée par un calcul d'écoulement sur un fond, en nous basant sur les équations de Saint Venant monodimensionnelles. Ce modèle, développé en collaboration avec l'équipe Hydrologie, constitue la dernière des trois options présentées pour calculer l'écoulement moyen. En première approche, le profil longitudinal du fond est déterminé par la topographie le long du chenal. L'écoulement moyen est alors obtenu par la convergence d'un écoulement transitoire sur ce lit. La surface libre est reconstruite à partir du fond et des hauteurs d'eau. Elle est ensuite utilisée par la partie du modèle à *pente variable* dédiée au calcul des perturbations de vitesse. La convergence de l'écoulement transitoire pouvant demander beaucoup de temps, l'écoulement moyen n'est recalculé que toutes les 100 itérations, sans impact sensible sur le résultat.

Le modèle *Saint Venant* a été testé et confronté aux modèles à *pente constante* et à *pente variable* sur une simulation d'une durée de 50 000 itérations. À cinq cent reprises, le modèle *Saint Venant* a ainsi permis de déterminer la surface libre et l'écoulement moyen sur une grande variété de fonds, présentant de fréquentes et importantes remontées du lit. Les hauteurs d'eau atteignent jusqu'à 20 m, mais uniquement et inévitablement dans les creux du lit les plus profonds. Hors de ces zones, les profondeurs sont réalistes et évoluent progressivement. On retrouve dans cette simulation une grande partie des avantages du

modèle à *pente variable*. Si le développement des premiers méandres est moins harmonieux, le ralentissement de la croissance des méandres avec leur âge est bien reproduit. Bien que cela soit moins remarquable qu’avec le modèle à *pente variable*, les méandres sont également confinés dans une ceinture de méandres. La construction du fond adoptée en première approche aboutit cependant à l’apparition d’importantes surélévations des berges, qui diminuent excessivement et artificiellement la migration.

6.2 Perspectives

Les travaux décrits dans ce mémoire sont encore implémentés séparément. Le développement du modèle composite (pentes constante et variable et Saint Venant) s’est déroulé progressivement sur l’ensemble de la thèse. La plus grande partie fut initialement prototypée en Python, un langage interprété rapide d’emploi rendant immédiatement possible l’utilisation du modèle par des scripts. Les éléments les plus lourds furent ensuite réécrits en langage compilé (C++) afin de réduire les temps de calcul. La partie Saint Venant, implémentée par Lauriane Vilmin en C, fait appel à la librairie numérique PetsC pour la résolution du système matricielle. L’ensemble est couplé en utilisant Boost et bénéficie ainsi de la puissance de calcul du C++ et de la maniabilité et de la flexibilité de Python. De nombreux scripts de post-traitement et de visualisation ont également été construits.

Nous présentons ici les modifications nécessaires à une implémentation durable dans Flumy des modèles à *pente variable* et *Saint Venant*, puis des modifications prévues prochainement afin de faire bénéficier à Flumy du modèle de transport utilisé avec le modèle *Saint Venant* par l’équipe hydrologie. Enfin, nous présentons des évolutions envisagées à plus long terme et qui permettraient d’ouvrir Flumy à la modélisation d’autres environnements.

6.2.1 Implémentation finale dans Flumy

Les modèles à *pente variable* et *Saint Venant* peuvent être implémentés directement dans le logiciel Flumy et couplés avec l’ensemble des processus. Cette implémentation induira plusieurs aménagements dans les modèles de migration et dans le logiciel lui-même, et permettra d’approfondir les simulations réalisées avec la seule migration.

La première modification portera sur les modèles de migration. La géométrie de la plaine d’inondation, fixée au début de la simulation, était un plan incliné. Les profils longitudinaux de la surface (modèle à *pente variable*) ou du fond (modèle *Saint Venant*) étaient déterminés à chaque itération par le tracé du cours d’eau sur ce plan. Flumy fait évoluer la topographie de la plaine par la reproduction des divers processus : migration, aggradation, formation des levées, ruptures de ces levées et développement des zones humides. Cette topographie, combinée au tracé du cours d’eau, doit désormais déterminer les profils de la surface ou du fond pour le calcul de la migration. Dans le cas du modèle à *pente variable*, le bridage de la pente locale demeurera nécessaire afin de garantir une motricité de l’écoulement dans les situations défavorables pouvant émerger.

La deuxième modification concernera l’historisation dans Flumy des dépôts et érosions dus à la migration. Jusqu’à présent, le logiciel Flumy construisait des dépôts de migration et des érosions en se basant sur des sections paraboliques de profondeur constante (la migration étant calculée par le modèle à *pente constante*). Les seules variations dans l’épaisseur des dépôts et dans la profondeur des érosions liés à la migration résultaient donc de la forme des sections. L’historisation des dépôts et érosions devra être adaptée pour prendre en compte les variations de profondeur des sections le long du chenal. Ainsi, les ar-

chitectures sédimentaires simulées présenteront une plus grande variabilité dans l'épaisseur des corps sableux.

Dans le cas du modèle *Saint Venant*, une dernière suggestion nécessiterait une modification du modèle de migration et de la partie du modèle Flumy dédiée à la construction des levées. Nous avons vu que rabaisser le lit du chenal calculé avec le modèle *Saint Venant* pour garantir qu'en tout point la surface du chenal ne soit pas plus élevée que la topographie générerait des berges surélevées sur la quasi totalité du chenal. Il serait plus réaliste de diminuer l'abaissement du lit et de mettre à profit les levées dans ce mécanisme. D'une part, les surélévations des berges seraient moins importantes et moins fréquentes. D'autre part, pour les sections dans lesquelles l'altitude de la surface libre serait supérieure à celle de la topographie, cette différence d'altitude pourrait servir à déterminer la hauteur de la levée à cet endroit. Une autre option est la mise à profit des sections variables déjà utilisées par l'hydrologie pour introduire un débordement du cours d'eau sur la plaine.

Lorsque ces modifications seront réalisées, les simulations présentées dans ce mémoire devront être répétées. En particulier, dans le cadre des méandres confinés de la Red Deer et de la Beaver, l'historisation des dépôts et érosions montrera une détérioration progressive des flancs des vallées. Ceci permettra de mieux estimer la stabilité de ces systèmes. La formation des vallées par incision de la plaine sous un régime hydraulique plus important pourrait même être incluse dans les simulations.

6.2.2 Transport sédimentaire

Le modèle *Saint Venant* implémenté dans Prose comporte un module de transport. Il s'agit d'un transport découplé : il est calculé dans un écoulement connu, et n'a pas de rétro-contrôle sur cet écoulement. Plusieurs classes de sédiments peuvent être introduites, mais elles n'interagissent pas. Le transport peut être calculé soit de façon monodimensionnelle (concentration des sédiments homogène dans la section), soit avec une discrétisation transversale partielle. Dans ce dernier cas, l'écoulement est découpé transversalement en tubes iso-débit. Dans chacun de ces tubes, le transport est calculé monodimensionnellement, en tenant compte des transferts par diffusion d'un tube à l'autre. Cette modélisation est cependant inapplicable en présence de courants secondaires, qui établissent un transport convectif entre les tubes. C'est donc la version monodimensionnelle qui semble la plus adaptée pour une application sédimentologique.

L'introduction de ce transport sédimentaire dans Flumy appellera plusieurs modifications. La migration, calculée directement auparavant, devra se faire itérativement pour intégrer les échanges de sédiments avec l'écoulement. De plus, il faudra introduire de façon réaliste les apports sédimentaires en entrée de domaine. Concernant le modèle *Saint Venant*, l'introduction d'un transport est également l'occasion de déterminer le profil du fond de manière physique. Pour cela, un modèle de fond devra être construit pour décrire les échanges de sédiments à l'interface entre le lit et l'écoulement.

Grâce à l'introduction d'un transport sédimentaire, plusieurs améliorations sont attendues. D'une part, la migration tiendra compte des sédiments transportés dans l'écoulement : la création d'un dépôt sera impossible si l'écoulement contient trop peu de sédiments et, inversement, l'écoulement ne pourra éroder de berge s'il est déjà trop chargé. D'autre part les dépôts de migrations, via l'utilisation de plusieurs classes de sédiments, pourront se voir attribuer une granulométrie basée sur un modèle physique. Enfin, le modèle *Saint Venant* doté d'un modèle de fond permettrait aux cours d'eau de développer de manière réaliste un profil d'équilibre non imposé.

L'introduction du transport sédimentaire soulèvera cependant quelques difficultés. Tout d'abord, l'influence de la topographie dans la migration sera affaiblie. En effet, la

migration ne sera plus uniquement pondérée par les berges surélevées, mais aussi par la disponibilité en sédiments. De plus, le modèle *Saint Venant* doté d'un modèle de fond, en laissant le cours d'eau développer son propre profil, affranchirait l'écoulement moyen de toute influence de la topographie. Ce dernier point peut cependant être compensé par l'introduction de formes de sections plus complexes. En utilisant des sections évasées dans leur partie supérieure pour simuler un débordement sur la plaine, l'influence topographique sur l'écoulement moyen peut être rétablie sous la forme d'une limitation progressive de la hauteur d'eau.

6.2.3 Confluences, bifurcations et ouverture à d'autres environnements

Le calcul de l'écoulement moyen dans un réseau de chenaux connectés par des bifurcations et des confluences est possible avec le modèle *Saint Venant*. Pour modéliser l'évolution de tels systèmes dans Flumy, il faut cependant déterminer deux autres phénomènes. Le premier est la propagation de la perturbation de vitesse à travers une confluence ou une bifurcation, le modèle de migration actuel ne valant que pour des chenaux uniques. Le second est la génération de systèmes multichenaux par les avulsions partielles. Il faut pour cela préserver, lors d'une avulsion, les deux tracés (ancien et nouveau), et définir un critère de comblement éventuel de l'un des tracés en se basant sur le modèle de transport. Ce critère pourra s'appuyer localement sur le modèle de transport (cicatrisation ou maintien de la crevasse initiale selon le profil de la charge sédimentaire [Slingerland 98]), ou faire appel à un critère plus général (nombre de branches constituant l'équilibre dynamique d'une instabilité à long terme due aux avulsion [Jerolmack 07a]).

La modélisation des confluences et bifurcations n'est pas seulement le moyen de simuler l'évolution des systèmes multichenaux. Elle permettrait également de reproduire les transitions, dans le temps et dans l'espace, entre les systèmes mono et multi-chenaux. Ces transitions seraient reliées aux variations locales et spatiales des paramètres, comme des variations spatiales de la pente ou des variations temporelles de l'apport sédimentaire. Avec un traitement des confluences et bifurcations, la modélisation des environnements deltaïques est également envisageable. Un traitement complet de ces environnements nécessitera cependant des modifications beaucoup plus complexes. Les deltas à forte dominance fluviale sont les plus rapidement modélisables. Pour les autres (dominance de la houle ou des marées), il faut nécessairement inclure un modèle d'écoulement transitoire et plus permanent.

Ce couplage entre modèles offre d'ailleurs, à plus long terme, de nombreuses possibilités d'évolution. Ainsi le débit et d'autres paramètres, comme le développement des zones humides, peuvent être reliés à un module climatique, et les apports sédimentaires au modèle d'érosion d'un massif. À terme, c'est le développement d'un bassin sédimentaire entier qui pourrait être simulé. Un exemple de cette démarche concernant le développement des cônes alluviaux est décrit dans [Sun 02].

6.3 Conclusion

Les modèles à *pente variable* et *Saint Venant* apportent bien une amélioration par rapport au modèle à *pente constante*. Ils permettent de mieux reproduire les dynamiques individuelle et collective des méandres, et en particulier le confinement en une ceinture de méandres orientée dans la direction de plus grande pente. Ils attribuent à chaque section une profondeur et une vitesse moyennes propres, permettant d'une part la simulation de dépôts sableux plus variés et réalistes, d'autre part l'introduction d'un transport sédimentaire

découplé. Tout deux présentent des limites. Le modèle à *pente variable* engendre, pour certaines surfaces libres, un important ralentissement de l'écoulement. Le modèle *Saint Venant*, quant-à-lui, augmente les temps de calcul et pose la question de la construction du fond. La solution retenue pour le modèle Flumy fera probablement appel aux deux modèles en exploitant leur complémentarité. L'écoulement moyen sera calculé régulièrement mais à faible fréquence par le modèle *Saint Venant* pour garantir une surface libre physique. Entre temps, il sera rafraîchi avec le modèle à *pente variable* pour garder une dynamique fluide. La détermination du fond dans le modèle *Saint Venant* sera quant-à-elle grandement améliorée par l'introduction d'un modèle de transport.

Les évolutions prioritaire de Flumy sont l'ajout du transport sédimentaire puis le traitement des confluences et bifurcations. Ceci permettra d'accéder à la modélisation des environnements multichenaux. Les orientations des futures évolutions seront ensuite à définir en fonction des axes de recherche prioritaires.

Bibliographie

- [Abad 08] Jorge D. Abad, Gustavo C. Buscaglia & Marcelo H. Garcia. *2D stream hydrodynamic, sediment transport and bed morphology model for engineering applications*. Hydrological Processes, vol. 22, no. 10, pages 1443–1459, 2008.
- [Arakawa 77] Akio Arakawa & Vivian R Lamb. *Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model*. Methods in computational physics, vol. 17, pages 173–265, 1977.
- [Babarutsi 89] S. Babarutsi, J. Ganoulis & V. Chu. *Experimental Investigation of Shallow Recirculating Flows*. Journal of Hydraulic Engineering, vol. 115, no. 7, pages 906–924, 1989.
- [Begnudelli 10] Lorenzo Begnudelli, Alessandro Valiani & Brett F. Sanders. *A balanced treatment of secondary currents, turbulence and dispersion in a depth-integrated hydrodynamic and bed deformation model for channel bends*. Advances in Water Resources, vol. 33, no. 1, pages 17–33, January 2010.
- [Berendsen 02] H.J.A. Berendsen & E. Stouthammer. *Paleogeographic evolution and avulsion history of the holocene Rhine-Meuse delta, the Netherlands*. Netherlands Journal of Geosciences,, vol. 81, no. 1, pages 97–112, April 2002.
- [Bernard 92] Robert S Bernard & Michael L Schneider. *Depth-Averaged Numerical Modeling for Curved Channels*. Rapport technique, US Army Corps of Engineers, September 1992.
- [Blondeaux 85] P. Blondeaux & G. Seminara. *A Unified Bar-bend Theory of River Meanders*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 157, pages 449–470, 1985.
- [Braudrick 09] Christian A. Braudrick, William E. Dietrich, Glen T. Leverich & Leonard S. Sklar. *Experimental evidence for the conditions necessary to sustain meandering in coarse-bedded rivers*. Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 106, no. 40, pages 16936–16941, June 2009.
- [Burge 99] L. M. Burge & D. G. Smith. *Confined Meandering River Eddy Accretions : Sedimentology, Channel Geometry and Depositional Processes*. In N. D. Smith & J. Rogers, editeurs, Fluvial Sedimentology VI, page 113–130. Blackwell Publishing Ltd., 1999.
- [Camporeale 05] C. Camporeale, P. Perona, A. Porporato & L. Ridolfi. *On the long-term behavior of meandering rivers*. Water Resources Research, vol. 41, no. 12, 2005.
- [Camporeale 07] C. Camporeale, P. Perona, A. Porporato & L. Ridolfi. *Hierarchy of models for meandering rivers and related morphodynamic processes*. Reviews of Geophysics, vol. 45, no. 1, 2007.

- [Camporeale 08] C. Camporeale, E. Perucca & L. Ridolfi. *Significance of cutoff in meandering river dynamics*. Journal of Geophysical Research : Earth Surface, vol. 113, no. 1, 2008.
- [Chen 06] D. Chen & J.G. Duan. *Modeling width adjustment in meandering channels*. Journal of Hydrology, vol. 321, no. 1–4, pages 59 – 76, 2006.
- [Church 83] M Church & K Rood. Catalogue of alluvial river channel regime data. Dept. of Geography, University of British Columbia, october 1983.
- [Comolet 94] Raymond Comolet. *Mécanique expérimentale des fluides : Dynamique des fluides réels ; turbomachines*. Masson, 1994.
- [Coulthard 06] Tom Coulthard, Marco Wiel, J Van Deet *al.* *A cellular model of river meandering*. Earth Surface Processes and Landforms, vol. 31, no. 1, pages 123–132, 2006.
- [Coyote 09] S Coyote & Jacobson Lancaster S.T. ans R.B. *Modeling a Channel Migration Corridor for the 59-Mile Segment of the Missouri National Recreational River*. Rapport technique MNR 20090315, Oregon State University, Oregon, 2009.
- [Crosato 08] A Crosato. *Analysis and modelling of river meandering*. PhD thesis, Université de Delft, september 2008.
- [Denis-Papin 53] Maurice Denis-Papin, Arnold Kaufmann, F Esclangon & Gabriel Kron. Cours de calcul tensoriel appliqué : géométrie différentielle absolue. Albin Michel, 1953.
- [Despres 13] Bruno Despres & Nicolas Seguin. *Schémas numériques de volumes finis*. Techniques de l'ingénieur Méthodes numériques, no. af508, 2013.
- [Duan 10] Jennifer G. Duan & Pierre Y. Julien. *Numerical simulation of meandering evolution*. Journal of Hydrology, vol. 391, no. 1–2, pages 34 – 46, 2010.
- [Einstein 26] A. Einstein. *Die Ursache der Mäanderbildung der Flußläufe und des sogenannten Baerschen Gesetzes*. Naturwissenschaften, vol. 14, no. 11, pages 223–224, 1926.
- [Engelund 74] Frank Engelund. *Flow and Bed Topography in Channel Bends*. Journal of the Hydraulics Division, vol. 100, no. 11, pages 1631–1648, November 1974.
- [Even 95] Stephanie Even. *Modélisation d'un écosystème fluvial : la Seine ; Le modèle ProSe*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, november 1995.
- [Furbish 91] David Jon Furbish. *Spatial autoregressive structure in meander evolution*. Geological Society of America Bulletin, vol. 103, no. 12, pages 1576 –1589, December 1991.
- [Güneralp 10] İnci Güneralp & Bruce L. Rhoads. *Spatial autoregressive structure of meander evolution revisited*. Geomorphology, vol. 120, no. 3-4, pages 91–106, August 2010.
- [Harlow 65] Francis H. Harlow & J. Eddie Welch. *Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface*. Physics of Fluids, vol. 8, no. 12, pages 2182–2189, 1965.
- [Hasegawa 78] K Hasegawa & H Itoh. *Computer simulations on meander channel changes*. Proc, of the Hokkaido Branch of the JSCE, vol. 34, pages 197–202, 1978.

- [Hervouet 91] JM Hervouet. *Une présentation des équations de Saint-Venant*. Rapport technique, EDF, Clamart, France, June 1991.
- [Hickin 84] E. Hickin & G. Nanson. *Lateral Migration Rates of River Bends*. Journal of Hydraulic Engineering, vol. 110, no. 11, pages 1557–1567, 1984.
- [Howard 92] Alan D. Howard. *Modeling Channel Migration and Floodplain Sedimentation in Meandering Streams*. In P. A. Carling & G. E. Petts, editeurs, Lowland Floodplain Rivers : Geomorphological Perspectives, chapitre 1. John Wiley & Sons Ltd, 1992.
- [Howard 96] Alan D. Howard. *Modelling Channel Evolution and Floodplain Morphology*. In Paul D. Bates Malcolm G. Anderson Dr Des E. Walling, editeur, Floodplain Processes, chapitre 2. John Wiley & Sons Ltd, 1996.
- [Howard 09] Alan D. Howard. *How to make a meandering river*. Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 106, no. 41, pages 17245–17246, October 2009.
- [Ikeda 81] Syunsuke Ikeda, Gary Parker & Kenji Sawai. *Bend Theory of River Meanders. Part 1. Linear Development*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 112, pages 363–377, 1981.
- [Jansen 79] P. Ph. Jansen, L van Bendegom, N van den Berg, M de Vries & A Zanen. Principles of river engineering : The non-tidal alluvial river. Delftse Uitgevers Maatschappij, 1979.
- [Jerolmack 07a] Douglas J Jerolmack & David Mohrig. *Conditions for branching in depositional rivers*. Geology, vol. 35, no. 5, pages 463–466, 2007.
- [Jerolmack 07b] Douglas J. Jerolmack & Chris Paola. *Complexity in a cellular model of river avulsion*. Geomorphology, vol. 91, no. 3–4, pages 259–270, November 2007.
- [Johannesson 89a] Helgi Johannesson & Gary Parker. *Secondary Flow in Mildly Sinuous Channel*. Journal of Hydraulic Engineering, vol. 115, no. 3, pages 289–308, March 1989.
- [Johannesson 89b] Helgi Johannesson & Gary Parker. *Velocity Redistribution in Meandering Rivers*. Journal of Hydraulic Engineering, vol. 115, no. 8, pages 1019–1039, August 1989.
- [Kinoshita 61] R Kinoshita. *Investigation of channel deformation in Ishikari River*. Rapport technique, Bureau of Resources, Department of Science and Technology, Japan, 1961.
- [Knighton 98] David Knighton *et al.* Fluvial forms and processes : a new perspective. Numeéro Ed. 2. Arnold, Hodder Headline, PLC, 1998.
- [Lallemand 13] André Lallemand. *Écoulement des fluides Dynamique des fluides réels*. Techniques de l'ingénieur, no. be8157, 2013.
- [Leopold 57] Luna Bergere Leopold, Markley Gordon Wolman, Markley Gordon Wolman & Markley Gordon Wolman. River channel patterns : braided, meandering, and straight. US Government Printing Office Washington, DC, 1957.
- [Lopez 03] Simon Lopez. *Modélisation de réservoirs chenalisés méandriformes : une approche génétique et stochastique*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, June 2003.

- [Luchi 11] Rossella Luchi, Guido Zolezzi & Marco Tubino. *Bend theory of river meanders with spatial width variations*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 681, pages 311–339, 7 2011.
- [Malavoi 10] Jean-René Malavoi & Jean-Paul Bravard. *Éléments d’hydromorphologie fluviale*. 2010.
- [Meakin 96] Paul Meakin, Tao Sun, Torstein Jøssang & Klaus Schwarz. *A simulation model for meandering rivers and their associated sedimentary environments*. Physica A : Statistical Mechanics and its Applications, vol. 233, no. 3–4, pages 606–618, December 1996.
- [Miall 85] Andrew D. Miall. *Architectural-element analysis : A new method of facies analysis applied to fluvial deposits*. Earth-Science Reviews, vol. 22, no. 4, pages 261–308, December 1985.
- [Motta 12] Davide Motta, Jorge D. Abad, Eddy J. Langendoen & Marcelo H. Garcia. *A simplified 2D model for meander migration with physically-based bank evolution*. Geomorphology, vol. 163, pages 10–25, August 2012.
- [Nanson 92] G.C. Nanson & J.C. Croke. *A genetic classification of floodplains*. Geomorphology, vol. 4, no. 6, pages 459–486, April 1992.
- [Nanson 96] G.C. Nanson & A.D. Knighton. *Anabranching rivers : their cause, character and classification*. Earth Surface Processes and Landforms, vol. 21, no. 3, pages 217–239, 1996.
- [Nicoll 10] Tami J. Nicoll & Edward J. Hickin. *Planform geometry and channel migration of confined meandering rivers on the Canadian prairies*. Geomorphology, vol. 116, no. 1–2, pages 37–47, March 2010.
- [Nouh 89] M. Nouh. *The Von-Kármán coefficient in sediment laden flow*. Journal of Hydraulic Research, vol. 27, no. 4, pages 477–499, 1989.
- [Parker 86] Gary Parker & Edmund D. Andrews. *On the Time Development of Meander Bends*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 162, pages 139–156, 1986.
- [Parker 11] G. Parker, Y. Shimizu, G. V. Wilkerson, E. C. Eke, J. D. Abad, J. W. Lauer, C. Paola, W. E. Dietrich & V. R. Voller. *A new framework for modeling the migration of meandering rivers*. Earth Surface Processes and Landforms, vol. 36, no. 1, page 70–86, 2011.
- [Pernès 03] P. Pernès. *Mécanique des milieux déformables*. Cemagref & ENGEES, 2003.
- [Perucca 05] Eliana Perucca, Carlo Camporeale & Luca Ridolfi. *Nonlinear analysis of the geometry of meandering rivers*. Geophysical Research Letters, vol. 32, no. 3, 2005.
- [Pittaluga 11] Michele Bolla Pittaluga & Giovanni Seminara. *Nonlinearity and unsteadiness in river meandering : a review of progress in theory and modelling*. Earth Surface Processes and Landforms, vol. 36, no. 1, page 20–38, 2011.
- [Rabelo 07] I. R. Rabelo, S. M. Luthi & L. J. Van Vliet. *Parameterization of meander-belt elements in high-resolution three-dimensional seismic data using the GeoTime cube and modern analogues*. Geological Society, London, Special Publications, vol. 277, no. 1, pages 121–137, 2007.

- [Rosgen 94] David L. Rosgen. *A classification of natural rivers*. CATENA, vol. 22, no. 3, pages 169–199, June 1994.
- [Schumm 72] S. A. Schumm & H. R. Khan. *Experimental Study of Channel Patterns*. Geological Society of America Bulletin, vol. 83, no. 6, pages 1755–1770, January 1972.
- [Seminara 01] G. Seminara, G. Zolezzi, M. Tubino & D. Zardi. *Downstream and up-stream influence in river meandering. Part 2. Planimetric development*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 438, pages 213–230, 2001.
- [Simon 05] Andrew Simon, M Doyle, M Kondolf, FD Shields Jr, B Rhoads, G Grant, F Fitzpatrick, K Juracek, Munsell McPhillips & J MacBroom. *How well do the Rosgen classification and associated “natural channel design” methods integrate and quantify fluvial processes and channel response*. Proc. American Society of Civil Engineers, May, pages 15–19, 2005.
- [Slingerland 98] Rudy Slingerland & Norman D Smith. *Necessary conditions for a meandering-river avulsion*. Geology, vol. 26, no. 5, pages 435–438, 1998.
- [Stoesser 10] Thorsten Stoesser, Nils Ruether & Nils Reidar Boe Olsen. *Calculation of primary and secondary flow and boundary shear stresses in a meandering channel*. Advances in Water Resources, vol. 33, no. 2, pages 158 – 170, 2010.
- [Sun 96] Tao Sun, Paul Meakin, Torstein Jøssang & Klaus Schwarz. *A Simulation Model for Meandering Rivers*. Water Resources Research, vol. 32, no. 9, pages 2937–2954, 1996.
- [Sun 01a] Tao Sun, Paul Meakin & Torstein Jøssang. *Meander migration and the lateral tilting of floodplains*. Water resources research, vol. 37, no. 5, pages 1485–1502, 2001.
- [Sun 01b] Tao Sun, Paul Meakin & Torstein Jøssang. *A computer model for meandering rivers with multiple bed load sediment sizes : 1. Theory*. Water Resources Research, vol. 37, no. 8, pages 2227–2241, 2001.
- [Sun 02] Tao Sun, Chris Paola, Gary Parker & Paul Meakin. *Fluvial fan deltas : Linking channel processes with large-scale morphodynamics*. Water Resources Research, vol. 38, no. 8, pages 26–1–26–10, 2002.
- [Tal 07] Michal Tal & Chris Paola. *Dynamic single-thread channels maintained by the interaction of flow and vegetation*. Geology, vol. 35, no. 4, pages 347–350, 2007.
- [Tiron 09] Laura Jugaru Tiron, Jérôme Le Coz, Mireille Provansal, Nicolae Panin, Guillaume Raccasi, Guillaume Dramais & Philippe Dussouillez. *Flow and sediment processes in a cutoff meander of the Danube Delta during episodic flooding*. Geomorphology, vol. 106, no. 3–4, pages 186 – 197, 2009.
- [Toporama] Gouvernement du Canada Toporama. *L’Atlas du Canada*. <http://atlas.nrcan.gc.ca/site/francais/toporama>. consulté en mai 2013.
- [Vries 93] M. De Vries & International Hydrological Programme. *Use of models for river problems*. UNESCO, 1993.
- [Yogananda 00] C. Yogananda & Albert Einstein. *The cause of the formation of meanders in the courses of rivers and of the so-called Baer’s law*. Resonance, vol. 5, no. 3, pages 105–108, March 2000.

- [Zolezzi 01] G. Zolezzi & G. Seminara. *Downstream and upstream influence in river meandering. Part 1. General theory and application overdeepening*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 438, pages 183–211, 2001.

Annexe A

Définition d'une topographie générique

Pour mener à bien les tests et les applications du prochain chapitre, on se propose de définir une famille de topographie définie par un nombre restreint de paramètres. Cette topographie générique consistera en une fonction mathématique attribuant à tout point du plan horizontal une altitude. Trois composantes doivent participer au relief final :

- une plaine de base sub-horizontale,
- une possible concavité de cette plaine,
- la superposition d'une vallée encaissée.

Pour définir en tout point du plan horizontal la pente locale et l'altitude, les paramètres retenus sont :

- les abscisses de début et de fin de domaine (ou la longueur du domaine et son abscisse initiale),
- la pente suivant les abscisses en entrée et en sortie de domaine,
- une élévation latérale à un kilomètre de l'axe de la vallée (axe des abscisses).

On commence par construire la plaine sub-horizontale concave. Si on suppose que la pente varie linéairement suivant x on a :

$$\begin{aligned} I_x(x) &= I_x(x_0) + (I_x(x_f) - I_x(x_0)) \cdot \frac{x - x_e}{x_f - x_e} \\ &= I_{x0} + (I_e - I_f) \cdot \frac{x - x_0}{x_f - x_e} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Par intégration de la pente, on détermine l'altitude d'un point sur cette surface.

$$\begin{aligned} z_{\text{plaine}}(x) &= z_{\text{plaine}}(x_e) + \int_{x_e}^{x_f} \frac{\partial z}{\partial \tau} \cdot d\tau \\ &= z_e - \int_{x_e}^{x_f} I_x(\tau) \cdot d\tau \\ &= z_e - \frac{I_f - I_e}{2} \cdot \frac{(x - x_e)^2}{L} - I_e \cdot (x - x_e) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

L'élévation en entrée de domaine z_e est arbitraire. Par commodité, sa valeur est choisie pour assurer que l'altitude en fin de domaine soit nulle (équation A.3).

$$\begin{aligned} z_{\text{plaine}}(x_f) = 0 &\Rightarrow z_e - \frac{I_f - I_e}{2} \cdot L - I_e \cdot L = 0 \\ &\Rightarrow z_e = \frac{I_f + I_e}{2} \cdot L \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

On construit ensuite une fonction parabolique pour le profil de vallée superposé à la plaine :

$$z_{valle}(y) = H_v \cdot \left(\frac{y}{L_v} \right)^2 \quad (\text{A.4})$$

On obtient au final l'altitude en tout point du plan horizontal par sommation de ces deux fonctions :

$$\begin{aligned} z_{topo}(x, y) &= z_{plaine}(x) + z_{valle}(y) \\ &= \frac{I_f + I_e}{2} \cdot L - \frac{I_f - I_e}{2} \cdot \frac{(x - x_e)^2}{L} - I_e \cdot (x - x_e) + H_v \cdot \left(\frac{y}{L_v} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Il ne reste qu'à déterminer le critère d'érosion, qui se déduit du gradient de la fonction de topographie.

$$\overrightarrow{\text{grad}} z_{topo} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial x} \\ \frac{\partial z}{\partial y} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_e + (I_e - I_f) \cdot \frac{x - x_0}{x_f - x_e} \\ 2 \cdot \left(\frac{H_v}{L_v^2} \right) \cdot y \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

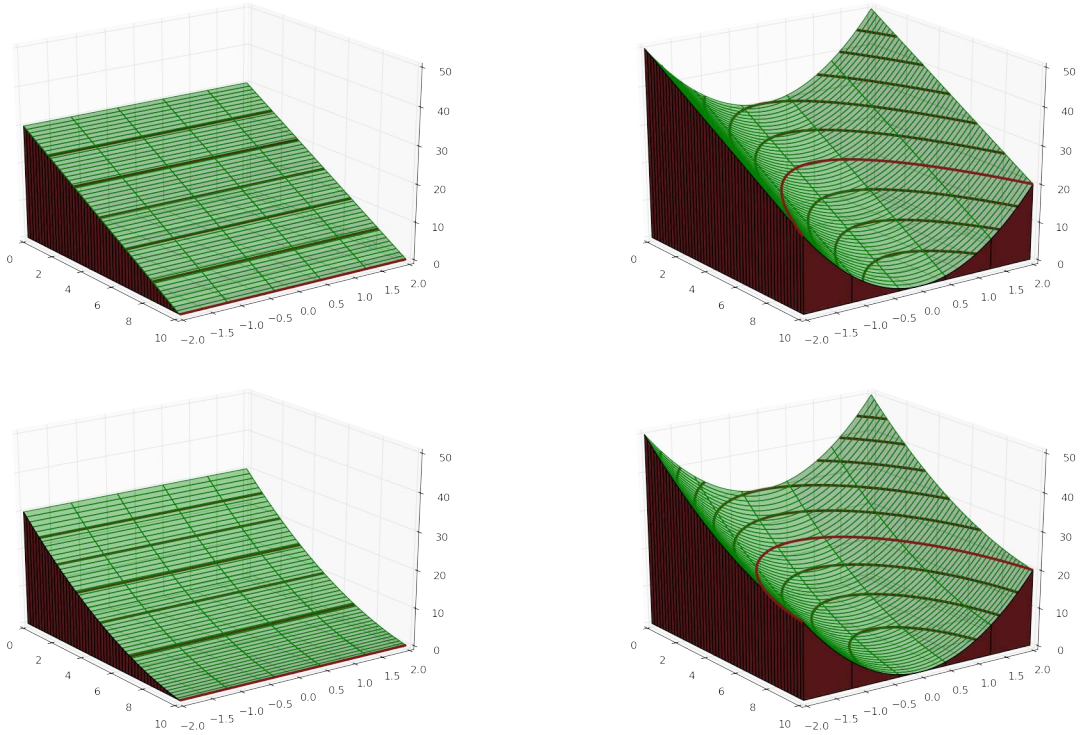


FIG A.1 – Différentes géométries possibles construites avec la fonction de topographie générique. **En haut à gauche** : un simple plan incliné, **en haut à droite** : le même plan combiné à une vallée, **en bas à gauche** : une plaine de même pente initiale mais concave, **en bas à droite** : une vallée sur plaine concave. (Les dimensions horizontales sont kilométriques, la verticale est métrique et exagérée.)

Annexe B

Sensibilité des modèles à pentes constante et variable

Une étude de sensibilité des modèles à pentes constante et variable est réalisée autour du paramétrage de référence très proche de ceux utilisés dans la comparaison des résultats des deux modèles (tableau B.1). Les six paramètres retenus pour cette étude sont : le débit, la largeur, la pente de la plaine, ainsi que trois coefficients (frottement, affouillement et courants secondaires).

L'état initial est une sinusoïde d'amplitude 100 *m* et de longueur d'onde 4 *km* sur une plaine de 20 *km* de long. Toutes les simulations sont conduites jusqu'à l'itération 50 000. Pour chaque test, un seul paramètre prend une valeur différente de la référence, prenant successivement deux valeurs de part et d'autre de la valeur de référence dans une gamme réaliste (tableau B.1).

Les résultats sont présentés dans les trois planches suivantes. Les figures B.1 et B.2 représentent les plaines à la fin des simulations (respectivement à pente constante et à pente variable). La dernière planche (figure B.3) regroupe les variations de quatre observables (sinuosité, tortuosité, longueur d'onde et amplitude) tracées contre celles de chaque paramètre.

Les tracés obtenus indiquent que la large divagation du chenal avec le modèle à pente

paramètres constants	valeur					unité
longueur de la plaine	20					<i>km</i>
érodibilité	1					<i>s · an⁻¹</i>
longueur d'onde sinusoïde ini.	4					<i>km</i>
amplitude sinusoïde ini.	100					<i>m</i>
nombre d'itérations	50 000					∅
paramètres variables	1	2	3	4	5	
débit (<i>Q</i>)	500	750	1 000	1 250	1 500	<i>m³ · s⁻¹</i>
largeur (<i>2 · B</i>)	60	80	100	120	140	<i>m</i>
pente de la plaine (<i>I</i>)	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	∅
coeff. de frottement (<i>C_f</i>)	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	∅
coeff. courants secondaires (<i>A_{sec}</i>)	2	3	4	5	6	∅
coeff. d'affouillement (<i>A</i>)	2	3	4	5	6	∅

TABLE B.1 – Paramétrages utilisés. En plus de celle de référence (**valeurs en gras**), quatre simulations sont réalisées par paramètre et pour chacun des modèles, conduisant à un total de 50 simulations.

constante (figure B.1) est maintenue quelque soit le jeu de paramètres. L'amplitude du balayage est très influencé par la pente. Les variations dues aux coefficients d'affouillement et de courants secondaires sont exactement identiques. Cela n'a rien d'étonnant, puisque ces coefficients ont précisément le même rôle dans l'équation gouvernant la perturbation de vitesse (ce qui n'est pas le cas dans le modèle à pente variable, figure B.2). Par contre, dans le modèle à pente variable (figure B.2), le confinement naturel est toujours bien assuré. On note une augmentation de la largeur de la ceinture de chenaux avec l'augmentation de la pente, de la largeur, et du coefficient d'affouillement.

Les fluctuations des paramètres des tracés (figure B.3) montrent une bonne cohérence entre les simulations à pente constante et variable. En effet, l'examen des variations des observables induites par les variations des différents paramètres montre que les tendances sont les mêmes d'un modèle à l'autre, et que les valeurs sont généralement assez proches. Les plus grands écarts sont ceux entre les longueurs d'onde, et ont déjà été signalés lors de la comparaison à long terme des deux modèles. Dans le contexte de ces simulations, la sinuosité semble très peu influencée par les variations du paramétrage. De même les variations de la tortuosité, bien supérieures à celles de la sinuosité, ne dégagent pas de tendance claire.

Les observables et paramètres les plus clairement liés sont l'amplitude et la longueur d'onde, avec le coefficient de frottement et le débit. En considérant que ces observables définissent la taille des méandres, on constate que les méandres grandissent avec le débit et rétrécissent avec l'augmentation du coefficient de frottement. C'est en fait le même phénomène qui est à l'œuvre dans les deux cas : un antagonisme entre l'inertie, qui augmente avec le débit et allonge la longueur nécessaire à la géométrie pour perturber le champ de vitesse, et les frottements au contact du lit, proportionnels au coefficient du même nom, et qui tendent au contraire à accélérer la réponse de l'écoulement aux variations de géométrie. Par ailleurs la largeur, qui augmente elle aussi les frottements en augmentant la surface de contact, a la même influence sur la taille des méandres que le coefficient de frottement, quoique dans de moindres proportions.

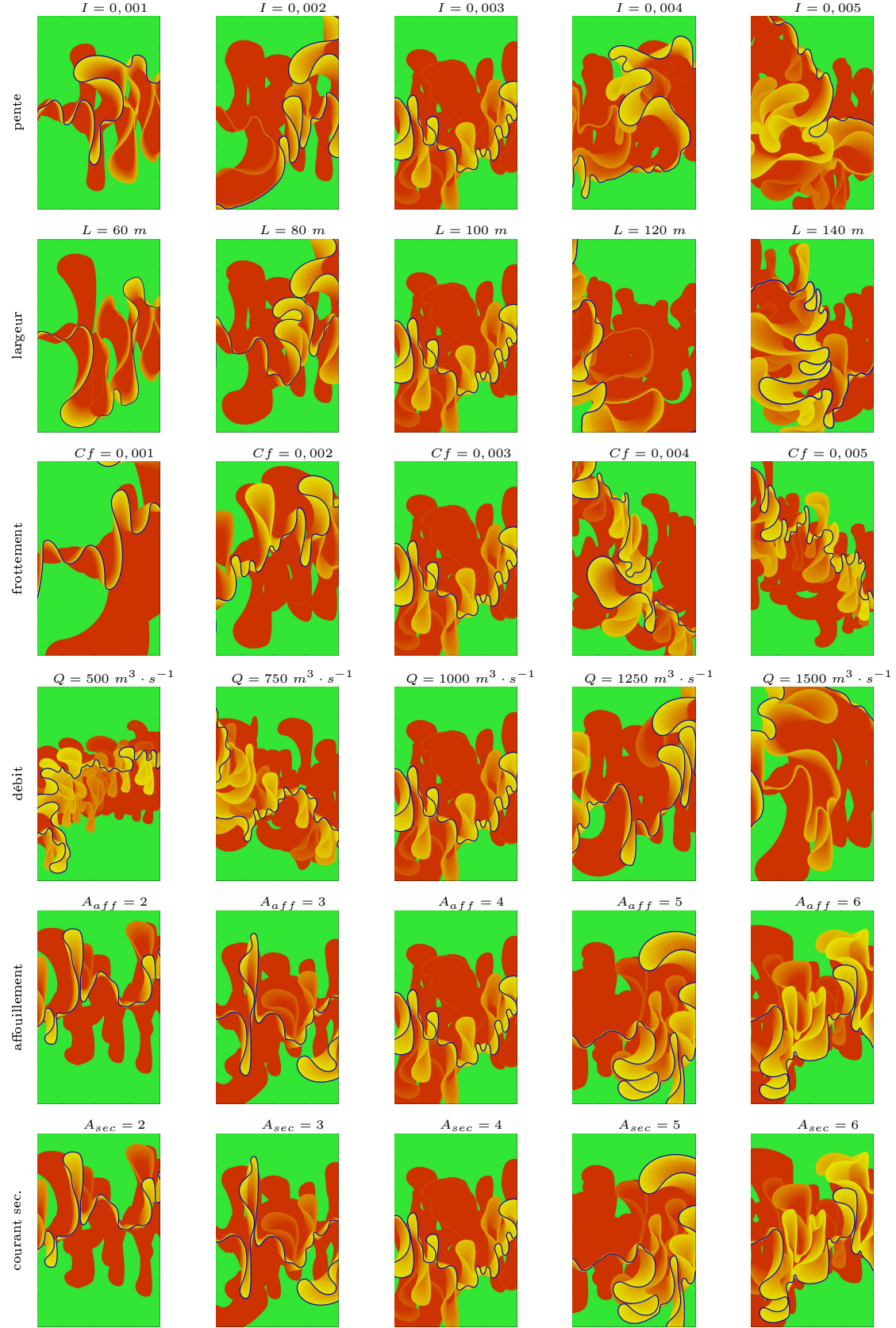


FIG. B.1 — Modèles à pente constante. **Axe vertical**, le paramètre dont on étudie la variation, **Axe horizontal**, valeurs croissantes de ce paramètre. Les plaines ($20 \times 30 \text{ km}$) sont représentées à l'itération 50 000. Les écoulements se font d'ouest en est. Les dépôts de migration deviennent progressivement rouge après 10 000 itérations.

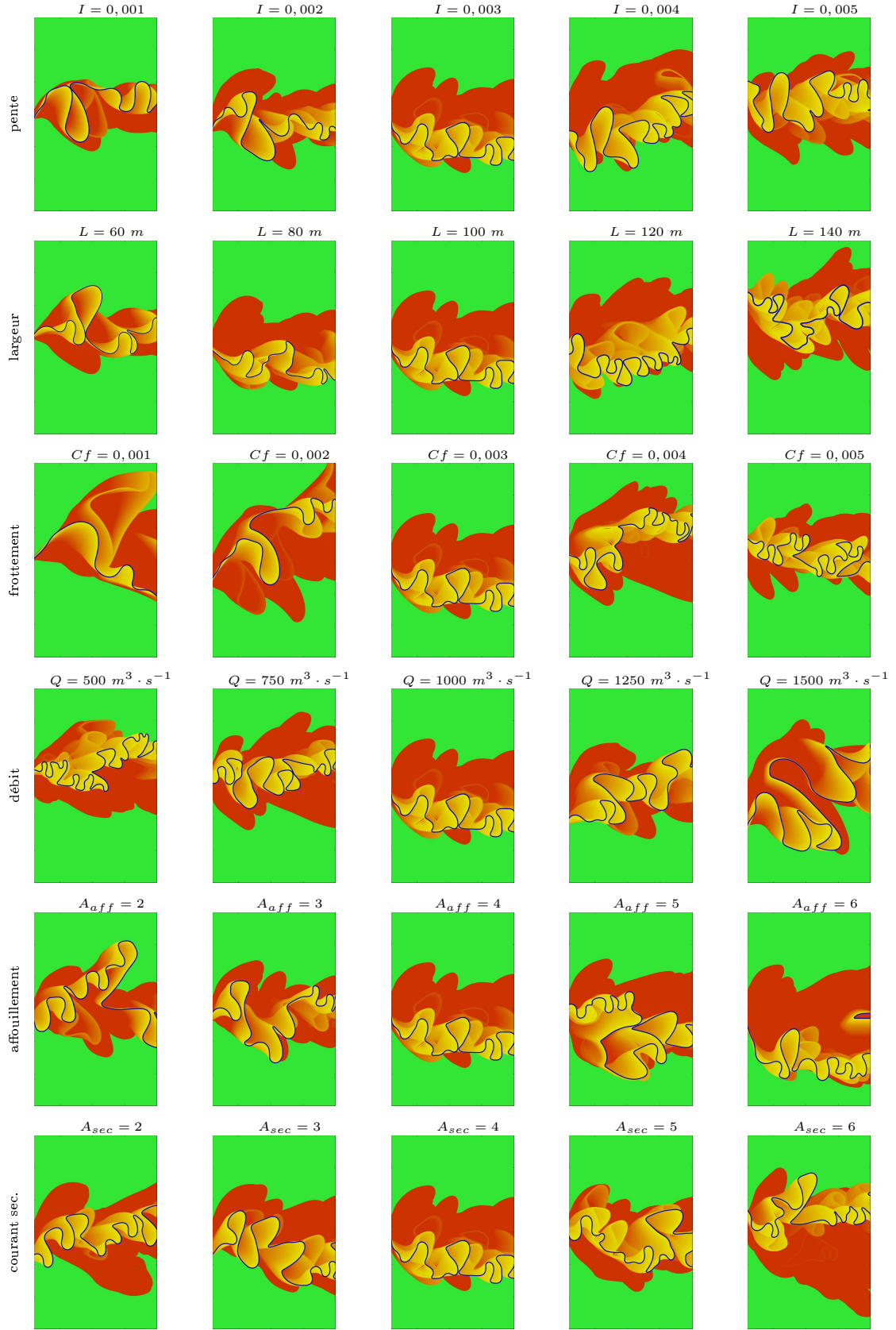


FIG. B.2 — Modèles à pente variable. **Axe vertical**, le paramètre dont on étudie la variation, **Axe horizontal**, valeurs croissantes de ce paramètre. Les plaines ($20 \times 30\text{ km}$) sont représentées à l'itération 50 000. Les écoulements se font d'ouest en est. Les dépôts de migration deviennent progressivement rouge après 10 000 itérations.

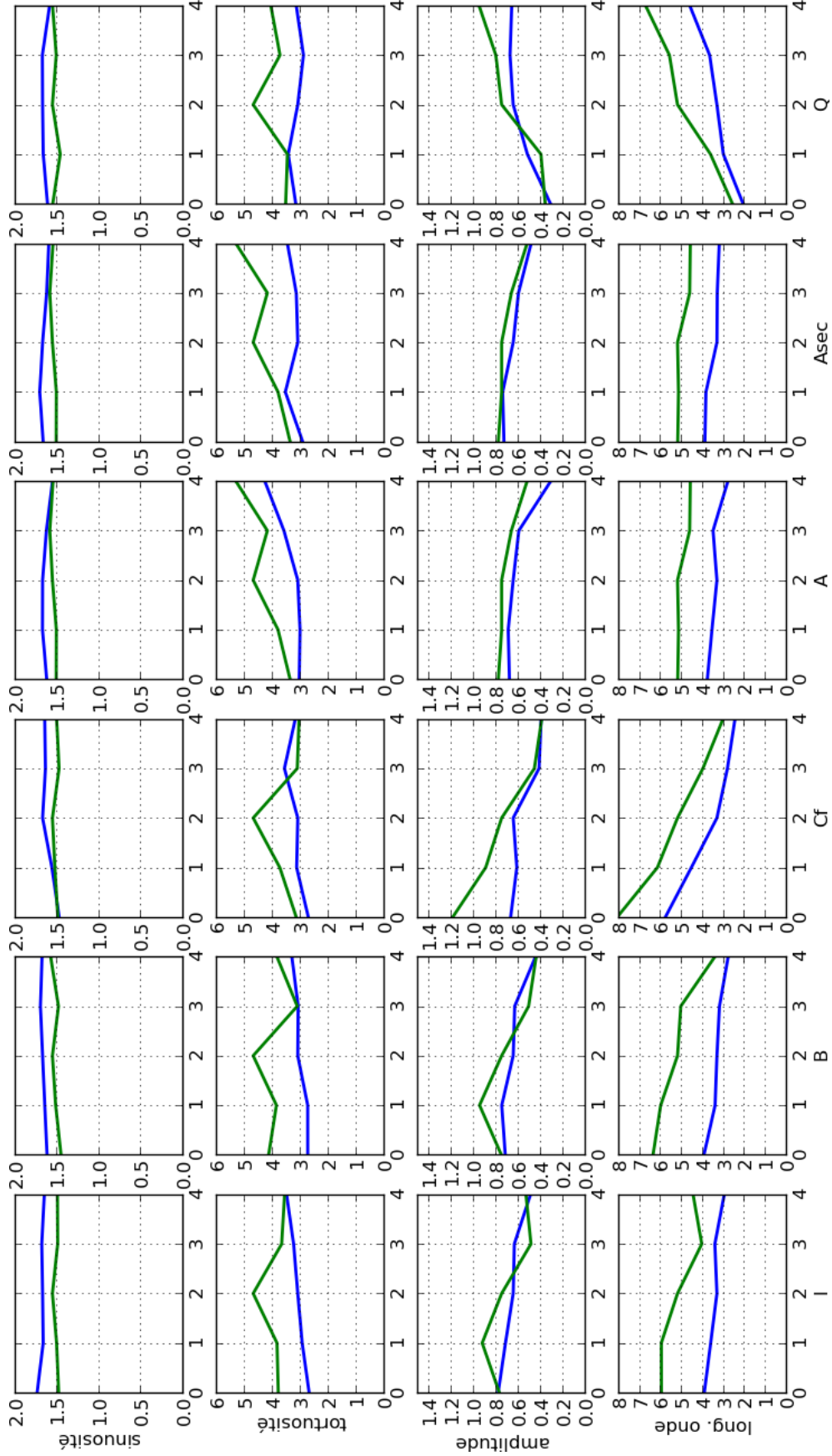


FIG B.3 – Sensibilité aux paramètres. Comparaison des paramètres des tracés méandriforme (bleu, modèle à pente constante; vert, modèle à pente variable) en fonction des variations des six paramètres de modélisation (tableau B.1).

Annexe C

Construction du Modèle Saint-Venant

C.1 Intégration latérale des équations de Saint-Venant

Les équations monodimensionnelles de Saint-Venant comprennent deux équations, la première décrivant la conservation de la quantité de matière, l'autre la conservation de la quantité de mouvement. En négligeant les frottements visqueux et les termes de dispersion, elles s'écrivent sur une colonne d'eau :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s}) = \frac{Q_{ap}}{L} \quad (C.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (h \cdot \overline{u_s}) + \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s^2}) = -g \cdot h \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial s} + h \cdot F_{frs} \quad (C.2)$$

où s désigne l'abscisse curviligne, t le temps, h la hauteur de la colonne d'eau, $\overline{u_s}$ la moyenne sur la colonne d'eau de la composante longitudinale de la vitesse (seule retenue ici), L la largeur de la section contenant la colonne d'eau, g l'accélération due à la pesanteur, z_{sl} l'altitude de la surface libre et F_{frs} la résultante longitudinale des frottements à la base de la colonne d'eau. En plus des termes négligés, ces équations diffèrent de la forme proposée dans [Hervouet 91] par la présence d'un terme source non nul (Q_{ap}/L) dans la conservation de la masse. Le débit volumique Q_{ap} peut représenter les apports dus à des confluent non modélisés, aux échanges avec une nappe phréatique ou encore au ruissellement ou à l'évaporation. Il est rapporté à la largeur L pour être inséré dans la conservation de la masse en tant que source volumique de matière.

En appliquant au besoin la règle de Leibniz, les équations C.1 et C.2 sont intégrées terme à terme. Les termes de la conservation de la masse donnent :

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial h}{\partial t} \cdot dn = \frac{\partial}{\partial t} \int_{n_d}^{n_g} h \cdot dn - h|_d \cdot \frac{\partial n_d}{\partial t} + h|_g \cdot \frac{\partial n_g}{\partial t} \quad (C.3)$$

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s}) \cdot dn = \frac{\partial}{\partial s} \int_{n_d}^{n_g} h \cdot \overline{u_s} \cdot dn - (h \cdot \overline{u_s})|_d \cdot \frac{\partial n_d}{\partial s} + (h \cdot \overline{u_s})|_g \cdot \frac{\partial n_g}{\partial s} \quad (C.4)$$

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{Q_{ap}}{L} \cdot dn = Q_{ap} \quad (C.5)$$

avec n la coordonnée transversale, n_g et n_d les coordonnées transversales des berges gauche

et droite. Ceux de la conservation de la quantité de mouvement donnent :

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial}{\partial t} (h \cdot \overline{u_s}) \cdot dn = \frac{\partial}{\partial t} \int_{n_d}^{n_g} h \cdot \overline{u_s} \cdot dn - (h \cdot \overline{u_s})|_d \cdot \frac{\partial n_d}{\partial t} + (h \cdot \overline{u_s})|_g \cdot \frac{\partial n_g}{\partial t} \quad (C.6)$$

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s^2}) \cdot dn = \frac{\partial}{\partial s} \int_{n_d}^{n_g} h \cdot \overline{u_s^2} \cdot dn - (h \cdot \overline{u_s^2})|_d \cdot \frac{\partial n_d}{\partial s} + (h \cdot \overline{u_s^2})|_g \cdot \frac{\partial n_g}{\partial s} \quad (C.7)$$

De nombreux termes peuvent être annulés, de deux façons, du fait des caractéristiques particulières des problématiques réservoir et hydrologie :

- dans l’approche hydraulique, les sections sont représentées par une droite limitant la surface libre et une courbe multipoint représentant le fond, et on a $h_g = h_d = 0$,
- dans l’approche réservoir, la largeur du cours d’eau et les positions des berges sont invariantes et on a $\frac{\partial n_g}{\partial s} = \frac{\partial n_d}{\partial s} = 0$.

En introduisant A l’aire de la section mouillée et Q le débit qui la traverse :

$$A = \int_{n_d}^{n_g} h \cdot dn \quad ; \quad Q = \int_{n_d}^{n_g} h \cdot \overline{u_s} \cdot dn \quad (C.8)$$

Les intégrations précédentes peuvent alors être simplifiées et réécrites :

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial h}{\partial t} \cdot dn = \frac{\partial A}{\partial t} \quad (C.9)$$

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s}) \cdot dn = \frac{\partial Q}{\partial s} \quad (C.10)$$

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial}{\partial t} (h \cdot \overline{u_s}) \cdot dn = \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (C.11)$$

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s^2}) \cdot dn = \frac{\partial}{\partial s} \int_{n_d}^{n_g} h \cdot \overline{u_s^2} \cdot dn \quad (C.12)$$

En approchant, dans le résultat de C.12 le produit $h \cdot \overline{u_s^2}$ par $h \cdot \overline{u_s} \cdot U$, on peut écrire :

$$\int_{n_d}^{n_g} \frac{\partial}{\partial s} (h \cdot \overline{u_s^2}) \cdot dn \approx \frac{\partial}{\partial s} (Q \cdot U) \quad (C.13)$$

La force de friction est exprimée comme une moyenne sur la section, et prend la forme :

$$F_{frs} = -\frac{g \cdot U^2}{R_h^{4/3} \cdot K^2} \quad (C.14)$$

où K est le coefficient de Strickler et R_h le rayon hydraulique de la section, défini comme le rapport de l’aire de la section A au périmètre mouillé P :

$$R_h = \frac{A}{P} \quad (C.15)$$

En introduisant la profondeur moyenne dans la section $H = A/L$, on peut écrire :

$$R_h \approx \frac{L \cdot H}{L + 2 \cdot H} = \frac{H}{1 + 2 \cdot H/L} \quad (C.16)$$

Dans le cadre des eaux peu profondes, le rapport H/L est considéré faible. Le rayon hydraulique peut alors être approché par la hauteur d’eau moyenne dans la section :

$$R_h \approx H \quad (C.17)$$

Dans la suite, nous conserverons explicitement le rayon hydraulique, sans utiliser cette dernière approximation. Le terme source représentant les frottements, intégré sur la largeur, donne alors :

$$\int_{n_d}^{n_g} h \cdot F_{frs} \cdot dn = F_{frs} \cdot \int_{n_d}^{n_g} h \cdot dn = A \cdot F_{frs} = -\frac{g \cdot U \cdot Q}{R_h^{4/3} \cdot K^2} \quad (C.18)$$

Enfin, par une relation de Chasles, la dérivée partielle au temps de l'aire de la section fait place à la dérivée partielle au temps de l'altitude de la surface libre :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial z_{sl}} \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial t} = \sigma_{ac} \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial t} \quad \text{avec : } \sigma_{ac} = \frac{\partial A}{\partial z_{sl}} \quad (C.19)$$

où σ_{ac} représente la sensibilité de l'aire de la section aux variations de l'altitude de la surface libre. Les équations C.1 et C.2 prennent alors les formes suivantes :

$$\sigma_{ac} \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = Q_{ap} \quad (C.20)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (Q \cdot U) = -g \cdot h \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial s} - \frac{g \cdot U \cdot Q}{R_h^{4/3} \cdot K^2} \quad (C.21)$$

C.2 Discrétisation spatiale

À la manière des volumes finis [Despres 13], le cours d'eau est divisé en cellules, sur lesquelles sont construites des grilles décalées inspirées des travaux de [Harlow 65], [Arakawa 77]. Les altitudes de la surface libre sont exprimées au centre des cellules, et les débits aux faces qui les délimitent.

Pour une discrétisation en n_c cellules, on a donc n_c altitudes de surface libre et $n_c + 1$ débits. Les centres des cellules et les grandeurs qui y sont exprimées sont désignés par des entiers non nuls $1 \leq i \leq n_c$. Les faces et les grandeurs qui y sont exprimées sont désignées par des indices demi $\frac{1}{2} \leq i + \frac{1}{2} \leq n_c + \frac{1}{2}$ (figure C.1). Les dérivées partielles spatiales des débits et altitudes sont discrétisées par un schéma eulérien centré :

$$\frac{\partial}{\partial s} Q_i = \frac{Q_{i+\frac{1}{2}} - Q_{i-\frac{1}{2}}}{s_{i+\frac{1}{2}} - s_{i-\frac{1}{2}}} ; \quad \frac{\partial}{\partial t} z_{sl i+\frac{1}{2}} = \frac{z_{sl i+1} - z_{sl i}}{s_{i+1} - s_i} \quad (C.22)$$

Cette démarche porte pour nom "grilles alternées". Elle est particulièrement adaptée à des systèmes d'équations différentielles décrivant l'évolution d'un couple de grandeurs a et b sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{\partial a}{\partial t} + a + \frac{\partial b}{\partial s} = 0 \\ \frac{\partial b}{\partial t} + b + \frac{\partial a}{\partial s} = 0 \end{cases} \quad (C.23)$$

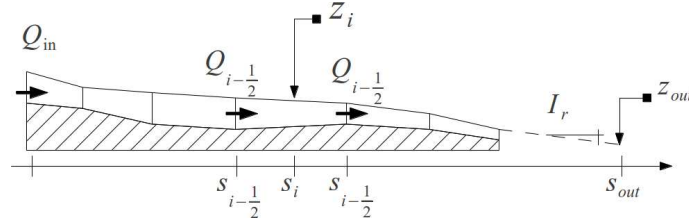


FIG C.1 — Discrétisation du cours d'eau par grilles alternées – vue en coupe longitudinale. Les débits sont exprimés aux faces des cellules, les altitudes de la surface libre au centre. La condition limite amont est un débit imposé Q_{in} (condition de Dirichlet). La condition limite aval est soit un seuil z_{out} à la position s_{out} (condition de Dirichlet), soit une pente I_r imposée pour la surface libre (condition de Neumann).

L'usage des grilles alternées permet d'améliorer la résolution de la discrétisation spatiale sans augmenter le nombre d'inconnues. La conservation de la masse (équation C.20) se prête tout-à-fait à cette approche. En revanche, la conservation de la quantité de mouvement (équation C.20) fait intervenir la dérivée spatiale du débit. Ce terme, représentant l'advection, ne pourra donc bénéficier de la résolution spatiale optimale permise par les grilles alternées, la dérivée spatiale du débit étant alors :

$$\frac{\partial}{\partial s} \vec{Q}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\vec{Q}_{i+\frac{3}{2}} - \vec{Q}_{i-\frac{1}{2}}}{s_{i+\frac{3}{2}} - s_{i-\frac{1}{2}}} \quad (\text{C.24})$$

En appliquant le schéma centré de discrétisation du débit, on peut réécrire la conservation de la masse au centre d'une cellule d'indice i , $0 < i \leq n_c$:

$$\begin{aligned} \sigma_{ac} \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} &= Q_{ap} \\ \Rightarrow \frac{\partial z_{sl\ i}}{\partial t} + \left(\frac{1}{\sigma_{ac}} \cdot \frac{\partial}{\partial s} Q \right) \Big|_i &= \frac{1}{\sigma_{ac\ i}} \cdot Q_{ap\ i} \\ \Rightarrow \frac{\partial z_{sl\ i}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma_{ac\ i}} \cdot \frac{Q_{i+\frac{1}{2}} - Q_{i-\frac{1}{2}}}{s_{i+\frac{1}{2}} - s_{i-\frac{1}{2}}} &= \frac{1}{\sigma_{ac\ i}} \cdot Q_{ap\ i} \\ \Rightarrow \frac{\partial z_{sl\ i}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma_{ac\ i} \cdot s_{i+\frac{1}{2}} - s_{i-\frac{1}{2}}} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} Q_{i-\frac{1}{2}} \\ Q_{i+\frac{1}{2}} \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sigma_{ac\ i}} \cdot Q_{ap\ i} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

et ainsi passer à la formulation matricielle suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{Z} + \underline{\underline{\mathbf{M}_{ac}}} \odot \vec{Q} = \underline{\underline{\mathbf{M}_{ap}}} \odot \vec{Q}_{ap} \quad (\text{C.26})$$

où le vecteur \vec{Z} regroupe les n_c altitudes des surfaces libres au centre de toutes les cellules, le vecteur \vec{Q}_{ap} les apports dans les n_c cellules, et le vecteur \vec{Q} les $n_c + 1$ débits aux faces limitant les cellules. Les matrices $\underline{\underline{\mathbf{M}_{ac}}}$ ($n_c \times n_c$) et $\underline{\underline{\mathbf{M}_{ap}}}$ ($n_c \times n_c$), qui représentent respectivement l'accumulation d'eau ainsi que les apports dans les cellules, sont décomposées en matrices plus simples :

$$\underline{\underline{\mathbf{M}_{ac}}} = \underline{\underline{\sigma_{ac}}}^{-1} \odot \underline{\underline{\Delta s1}}^{-1} \odot \underline{\underline{\mathbf{D1}}} \quad (\text{C.27})$$

$$\underline{\underline{\mathbf{M}_{ap}}} = \underline{\underline{\sigma_{ac}}}^{-1} \quad (\text{C.28})$$

Les matrices $\underline{\underline{\sigma_{ac}}}$ ($n_c \times n_c$), $\underline{\underline{\Delta s1}}$ ($n_c \times n_c$) et $\underline{\underline{\mathbf{D1}}}$ ($n_c \times n_c + 1$) ont pour expressions :

$$\underline{\underline{\Delta s1}} = \begin{bmatrix} s_{1+\frac{1}{2}} - s_{1-\frac{1}{2}} & & & \\ & s_{2+\frac{1}{2}} - s_{2-\frac{1}{2}} & & \\ & & \ddots & \\ & & & s_{n_c+\frac{1}{2}} - s_{n_c-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{C.29})$$

$$\underline{\underline{\sigma_{ac}}} = \begin{bmatrix} \sigma_{ac\ 1} & & & \\ & \sigma_{ac\ 2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_{ac\ n_c} \end{bmatrix} ; \underline{\underline{\mathbf{D1}}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & \\ & -1 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.30})$$

On applique maintenant la même démarche à la conservation de la quantité de mouvement à une face *interne du domaine* (indice $i + \frac{1}{2}$, $0 < i < n_c$) :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}(Q \cdot U) &= -g \cdot h \cdot \frac{\partial z_{sl}}{\partial s} - \frac{g \cdot U \cdot Q}{R_h^{4/3} \cdot K^2} \\
\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} Q_{i+\frac{1}{2}} + \frac{\partial}{\partial s}(Q \cdot U) \Big|_{i+\frac{1}{2}} &= -g \cdot h_{i+\frac{1}{2}} \cdot \frac{\partial z_{sl\ i+\frac{1}{2}}}{\partial s} - \left(\frac{g \cdot U \cdot Q}{R_h^{4/3} \cdot K^2} \right) \Big|_{i+\frac{1}{2}} \\
\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} Q_{i+\frac{1}{2}} + \frac{(Q \cdot U)|_{i+\frac{3}{2}} - (Q \cdot U)|_{i-\frac{1}{2}}}{s_{i+\frac{3}{2}} - s_{i-\frac{1}{2}}} &= -g \cdot h_{i+\frac{1}{2}} \cdot \frac{z_{sl\ i+1} - z_{sl\ i}}{s_{i+1} - s_i} - \frac{g}{K^2} \cdot \frac{U}{R_h^{4/3}} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \cdot Q_{i+\frac{1}{2}} \\
\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} Q_{i+\frac{1}{2}} + \frac{1}{s_{i+\frac{3}{2}} - s_{i+\frac{1}{2}}} \cdot \begin{bmatrix} -U_{i-\frac{1}{2}} & 0 & U_{i+\frac{3}{2}} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} Q_{i-\frac{1}{2}} \\ Q_{i+\frac{1}{2}} \\ Q_{i+\frac{3}{2}} \end{bmatrix} &= -g \cdot h_{i+\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{s_{i+1} - s_i} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} z_{sl\ i} \\ z_{sl\ i+1} \end{bmatrix} - \frac{g}{K^2} \cdot \frac{U}{R_h^{4/3}} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \cdot Q_{i+\frac{1}{2}} \quad (C.31)
\end{aligned}$$

La valeur du débit à travers la première face de la première cellule (limite amont du domaine) est imposée par :

- une valeur constante (recherche d'un régime permanent dans l'approche réservoir),
- une chronique (simulation d'un écoulement transitoire dans l'approche hydrologie).

Il n'y a donc pas lieu de rechercher une discrétisation de la conservation de la quantité de mouvement pour régir l'évolution du premier débit. Pour la dernière face de la dernière cellule (limite aval du domaine), la dérivée spatiale du débit est décentrée aval :

$$\frac{\partial}{\partial s} Q_{n_c+\frac{1}{2}} = \frac{Q_{n_c+\frac{1}{2}} - Q_{n_c-\frac{1}{2}}}{s_{n_c+\frac{1}{2}} - s_{n_c-\frac{1}{2}}} \quad (C.32)$$

La dérivée de l'altitude de la surface libre peut ensuite être traitée de deux manières. Pour l'approche hydrologique, on utilisera une condition limite de dirichlet, en introduisant un seuil z_{out} à une position $s_{out} > s_{nc}$. La valeur de ce seuil peut être déterminée par une chronique ou être constante. La conservation de la quantité de mouvement à la face $n_c + \frac{1}{2}$ la plus aval du domaine est alors :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} Q_{n_c+\frac{1}{2}} + \frac{(Q \cdot U)|_{n_c+\frac{1}{2}} - (Q \cdot U)|_{n_c-\frac{1}{2}}}{s_{n_c+\frac{1}{2}} - s_{n_c-\frac{1}{2}}} &= -g \cdot h_{n_c+\frac{1}{2}} \cdot \frac{z_{out} - z_{sl\ n_c}}{s_{out} - s_{nc}} - \frac{g}{K^2} \cdot \frac{U}{R_h^{4/3}} \Big|_{n_c+\frac{1}{2}} \cdot Q_{n_c+\frac{1}{2}} \quad (C.33)
\end{aligned}$$

Dans l'approche réservoir, l'altitude de la surface libre en sortie de domaine est inconnue. On préférera donc utiliser une condion limite de Neumann et imposer la pente de la surface en sortie de domaine (la valeur utilisée est I_r la pente moyenne de la surface de la rivière à l'itération précédente). Dans ce cas, la conservation de la quantité de mouvement à la face

la plus aval du domaine est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} Q_{n_c+\frac{1}{2}} + \frac{(Q \cdot U)|_{n_c+\frac{1}{2}} - (Q \cdot U)|_{n_c-\frac{1}{2}}}{s_{n_c+\frac{1}{2}} - s_{n_c-\frac{1}{2}}} \\ = -g \cdot h_{n_c+\frac{1}{2}} \cdot I_r - \frac{g}{K^2} \cdot \frac{U}{R_h^{4/3}} \bigg|_{n_c+\frac{1}{2}} \cdot Q_{n_c+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (C.34)$$

On peut maintenant proposer une formulation matricielle de la conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} + \underline{\underline{M_{ad}}} \odot \vec{Q} = -\underline{\underline{M_{pr}}} \odot \vec{Z} - \underline{\underline{M_{fr}}} \odot \vec{Q} - \vec{V_{lim}} \quad (C.35)$$

où les matrices $\underline{\underline{M_{ad}}}$ ($n_c+1 \times n_c+1$), $\underline{\underline{M_{pr}}}$ ($n_c+1 \times n_c$) et $\underline{\underline{M_{fr}}}$ ($n_c+1 \times n_c+1$) représentent respectivement l'advection, le gradient de pression et les frottements sur le fond. Comme pour la conservation de la masse, elles sont décomposées, pour plus de clarté, en matrices plus simples :

$$\underline{\underline{M_{ad}}} = \underline{\underline{\Delta s2}}^{-1} \odot \underline{\underline{DU}} \quad (C.36)$$

$$\underline{\underline{M_{pr}}} = g \cdot \underline{\underline{h}} \odot \underline{\underline{\Delta s3}}^{-1} \odot \underline{\underline{D2}} \quad (C.37)$$

$$\underline{\underline{M_{fr}}} = -\frac{g}{K^2} \cdot \underline{\underline{UR}} \quad (C.38)$$

les matrices $\underline{\underline{\Delta s2}}$ ($n_c+1 \times n_c+1$), $\underline{\underline{\Delta s3}}$ ($n_c+1 \times n_c+1$), $\underline{\underline{DU}}$ ($n_c+1 \times n_c+1$), $\underline{\underline{UR}}$ ($n_c+1 \times n_c+1$) et $\underline{\underline{h}}$ ($n_c+1 \times n_c+1$) ont pour expression :

$$\underline{\underline{\Delta s2}} = \begin{bmatrix} \times & & & & \\ & s_{1-\frac{1}{2}} - s_{1+\frac{3}{2}} & & & \\ & & s_{2-\frac{1}{2}} - s_{2+\frac{3}{2}} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & s_{n_c-\frac{1}{2}} - s_{n_c+\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\Delta s3}} = \begin{bmatrix} \times & & & & \\ & s_1 - s_2 & & & \\ & & s_2 - s_3 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & s_{n_c-1} - s_{n_c} \\ & & & & & s_{out} - s_{n_c} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{DU}} = \begin{bmatrix} \times & \times & & & & \\ -U_{1-\frac{1}{2}} & 0 & U_{1+\frac{3}{2}} & & & \\ & -U_{2-\frac{1}{2}} & 0 & U_{2+\frac{3}{2}} & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -U_{n_c-1-\frac{1}{2}} & 0 & U_{n_c-1+\frac{3}{2}} \\ & & & & -U_{n_c-\frac{1}{2}} & U_{n_c+\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\mathbf{U}}}\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \times & & & & \\ & \frac{U_{1+\frac{1}{2}}}{R_{h\ 1+\frac{1}{2}}^{4/3}} & & & \\ & & \frac{U_{2+\frac{1}{2}}}{R_{h\ 2+\frac{1}{2}}^{4/3}} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \frac{U_{n_c+\frac{1}{2}}}{R_{h\ n_c+\frac{1}{2}}^{4/3}} \end{bmatrix} ; \underline{\underline{\mathbf{h}}} = \begin{bmatrix} \times & & & & \\ & h_{1+\frac{1}{2}} & & & \\ & & h_{2+\frac{1}{2}} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & h_{n_c+\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

Pour l'approche hydrologie, la matrice $\underline{\underline{\mathbf{D2}}}$ ($n_c + 1 \times n_c$), et le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{V}_{\text{lim}}}$ ($n_c + 1$), qui représente le complément du gradient de pression à la limite aval, ont pour expressions :

$$\underline{\underline{\mathbf{D2}}}^{(hyd)} = \begin{bmatrix} \times & & & & \\ -1 & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 1 \\ & & & & -1 \end{bmatrix} ; \quad \overrightarrow{\mathbf{V}_{\text{lim}}}^{(hyd)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{g \cdot h_{n_c+\frac{1}{2}} \cdot z_{out}}{s_{out} - s_{n_c}} \end{bmatrix}$$

Pour l'approche réservoir, leurs expressions sont :

$$\underline{\underline{\mathbf{D2}}}^{(res)} = \begin{bmatrix} \times & & & & \\ -1 & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 1 \\ & & & & 0 \end{bmatrix} ; \quad \overrightarrow{\mathbf{V}_{\text{lim}}}^{(res)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -g \cdot h_{n_c+\frac{1}{2}} \cdot I_r \end{bmatrix}$$

Les symboles \times représentent l'absence d'équation discrétisée pour la première valeur du débit, qui est connue *a priori*. Les premières lignes des matrices sont en effet triviales, et disparaîtront lors de la réduction du système matriciel.

C.3 Discrétisation temporelle et résolution

Les vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{Q}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{Z}}$ sont discrétisés par un schéma partiellement implicite, avec $\theta \in [0, 5 ; 1]$ le degré implicite du schéma, leurs dérivées temporelles sont discrétisées en utilisant un schéma eulérien :

$$\overrightarrow{\mathbf{Q}} = \theta \cdot \overrightarrow{\mathbf{Q}}^{N+1} + (1 - \theta) \cdot \overrightarrow{\mathbf{Q}}^N ; \quad \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{\mathbf{Q}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{Q}}^{N+1} - \overrightarrow{\mathbf{Q}}^N}{\Delta t} \quad (\text{C.39})$$

$$\overrightarrow{\mathbf{Z}} = \theta \cdot \overrightarrow{\mathbf{Z}}^{N+1} + (1 - \theta) \cdot \overrightarrow{\mathbf{Z}}^N ; \quad \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{\mathbf{Z}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{Z}}^{N+1} - \overrightarrow{\mathbf{Z}}^N}{\Delta t} \quad (\text{C.40})$$

Les indices des vecteurs indiquent l'indice de l'itération à laquelle ils sont estimés : N représente la dernière itération connue, $N+1$ l'itération à calculer, Δt la durée les séparant. Toutes les autres grandeurs sont exprimées à la dernière itération connue, N .

La dérivée partielle au temps dans la formulation matricielle de la conservation de la masse (équation C.35) donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{\mathbf{Z}} + \underline{\underline{\mathbf{M}_{ac}}} \odot \overrightarrow{\mathbf{Q}} &= \underline{\underline{\mathbf{M}_{ap}}} \odot \overrightarrow{\mathbf{Q}_{ap}} \\ \Rightarrow \frac{\overrightarrow{\mathbf{Z}}^{N+1} - \overrightarrow{\mathbf{Z}}^N}{\Delta t} + \underline{\underline{\mathbf{M}_{ac}}} \odot \overrightarrow{\mathbf{Q}} &= \underline{\underline{\mathbf{M}_{ap}}} \odot \overrightarrow{\mathbf{Q}_{ap}} \\ \Rightarrow \overrightarrow{\mathbf{Z}}^{N+1} &= \overrightarrow{\mathbf{Z}}^N - \Delta t \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}_{ac}}} \odot \overrightarrow{\mathbf{Q}} + \Delta t \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}_{ap}}} \odot \overrightarrow{\mathbf{Q}_{ap}} \end{aligned} \quad (\text{C.41})$$

En substituant au vecteur des altitudes de la surface libre \vec{Z} son expression semi-implicite dans la conservation de la quantité de mouvement (équation C.35), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} + \underline{\underline{M_{ad}}} \odot \vec{Q} &= - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \vec{Z} - \underline{\underline{M_{fr}}} \odot \vec{Q} - \vec{V_{lim}} \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} &= - (\underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}}) \odot \vec{Q} - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \vec{Z} - \vec{V_{lim}} \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} &= - (\underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}}) \odot \vec{Q} - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot (\theta \cdot \vec{Z}^{N+1} - (1 - \theta) \cdot \vec{Z}^N) - \vec{V_{lim}} \quad (C.42) \end{aligned}$$

On remplace, dans cette équation, le vecteur \vec{Z}^{N+1} par l'expression C.41 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} &= - (\underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}}) \odot \vec{Q} - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot (\theta \cdot \vec{Z}^{N+1} - (1 - \theta) \cdot \vec{Z}^N) - \vec{V_{lim}} \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} &= - (\underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}}) \odot \vec{Q} - \vec{V_{lim}} \\ &\quad - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot (\theta \cdot (\vec{Z}^N - \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{ac}}} \odot \vec{Q} + \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{ap}}} \odot \vec{Q_{ap}}) + (1 - \theta) \cdot \vec{Z}^N) \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} &= - (\underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \underline{\underline{M_{ac}}}) \odot \vec{Q} - \vec{V_{lim}} \\ &\quad - \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \vec{Z}^N - \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \underline{\underline{M_{ap}}} \odot \vec{Q_{ap}} \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} &= - \underline{\underline{M_G}} \odot \vec{Q} - \vec{V_G} \quad (C.43) \end{aligned}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \underline{\underline{M_G}} = \underline{\underline{M_{ad}}} + \underline{\underline{M_{fr}}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \underline{\underline{M_{ac}}} \\ \vec{V_G} = \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \vec{Z}^N + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_{pr}}} \odot \underline{\underline{M_{ap}}} \odot \vec{Q_{ap}} - \vec{V_{lim}} \end{cases}$$

La discrétisation de la dérivée partielle au temps et l'expression partiellement implicite des débits sont alors injectées dans la conservation de la quantité de mouvement :

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \vec{Q} = - \underline{\underline{M_G}} \odot \vec{Q} - \vec{V_G} \quad (C.44)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\vec{Q}^{N+1} - \vec{Q}^N}{\Delta t} &= - \underline{\underline{M_G}} \odot (\theta \cdot \vec{Q}^{N+1} + (1 - \theta) \cdot \vec{Q}^N) - \vec{V_G} \\ \Rightarrow (\underline{\underline{1}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_G}}) \odot \vec{Q}^{N+1} &= (\underline{\underline{1}} - (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_G}}) \odot \vec{Q}^N - \Delta t \cdot \vec{V_G} \quad (C.45) \end{aligned}$$

Le résultat est une équation dans laquelle \vec{Q}^{N+1} est le seul terme inconnu : La première ligne, non contributive, est alors évincée en conservant, sous la forme du vecteur V_0 , l'influence du débit entrant dans le domaine sur la détermination des suivants. Il s'agit de la réduction du système :

$$(\underline{\underline{1}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_G}}) \odot \vec{Q}^{N+1} = (\underline{\underline{1}} - (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{M_G}}) \odot \vec{Q}^N - \Delta t \cdot \vec{V_G}$$

$$\Rightarrow \left(\underline{\underline{1}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}_r}} \right) \odot \overrightarrow{\mathbf{Q}_r}^{N+1} = \left(\underline{\underline{1}} - (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{\mathbf{M}_r}} \right) \odot \overrightarrow{\mathbf{Q}_r}^N - \Delta t \cdot \overrightarrow{\mathbf{V}_r} - \overrightarrow{\mathbf{V}_0} \quad (\text{C.46})$$

Les composantes du systèmes réduit sont données par :

$$\overrightarrow{\mathbf{Q}_r} = \begin{bmatrix} Q_{1+\frac{1}{2}} \\ Q_{2+\frac{1}{2}} \\ \dots \\ Q_{n+\frac{1}{2}} \end{bmatrix} ; \quad \overrightarrow{\mathbf{V}_r} = \begin{bmatrix} V_{g2} \\ V_{g3} \\ \dots \\ V_{g_{nc}} \end{bmatrix} ; \quad \underline{\underline{\mathbf{M}_r}} = \begin{bmatrix} M_{g22} & M_{g23} & \dots & M_{g2n_c} \\ M_{g32} & M_{g33} & \dots & M_{g3n_c} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{g_{nc}2} & M_{g_{nc}3} & \dots & M_{g_{nc}n_c} \end{bmatrix} \quad (\text{C.47})$$

$$\overrightarrow{\mathbf{V}_0} = -Q_{IN}^{N+1} \cdot (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \begin{bmatrix} M_{g21} \\ M_{g31} \\ \vdots \\ M_{g_{nc}1} \end{bmatrix} - Q_{IN}^N \cdot \theta \cdot \Delta t \cdot \begin{bmatrix} M_{g21} \\ M_{g31} \\ \vdots \\ M_{g_{nc}1} \end{bmatrix} \quad (\text{C.48})$$

$$= -\Delta t \cdot \left((1 - \theta) \cdot Q_{IN}^{N+1} + \theta \cdot Q_{IN}^N \right) \cdot \begin{bmatrix} M_{g21} \\ M_{g31} \\ \vdots \\ M_{g_{nc}1} \end{bmatrix} \quad (\text{C.49})$$

La résolution du système matriciel C.46 permet de déterminer les débits à l'itération $N+1$. Injectés dans l'équation C.41, ils permettent à leur tour de calculer les altitudes de la surface libre à l'itération $N+1$. Les différentes matrices doivent être recalculées à chaque itération. Pour l'approche réservoir, l'écoulement permanent est obtenu par convergence de l'écoulement transitoire ainsi décrit.

Modèles d'écoulement à surface libre pour la simulation à long terme de la migration des systèmes méandriformes

RÉSUMÉ : Les systèmes méandriformes construisent, à long terme, des architectures sédimentaires composées de corps poreux disséminés dans un volume de sédiments peu perméables. Ces corps sont susceptibles de contenir des ressources naturelles. Afin d'optimiser leur exploitation, il importe d'estimer la répartition et la connectivité de ces corps. À cet effet, Mines-Paristech développe Flumy, un logiciel de modélisation par processus de ces architectures. Cette thèse vise à améliorer la simulation de la migration dans Flumy en introduisant une influence de la pente locale.

Pour cela, trois différents modèles ont été reliés entre eux et comparés. Le premier (modèle à pente constante) est celui actuellement en place dans Flumy, héritier des travaux de [Ikeda 1981] et dans lequel la pente de la surface du cours d'eau est constante. Le deuxième (modèle à pente variable) fut proposé par [Lopez 2003]. Il attribue à la surface libre la pente locale de la topographie. Enfin, un dernier modèle (modèle Saint Venant) a été élaboré en modifiant le précédent. L'écoulement moyen, initialement calculé sous une surface libre connue, est désormais obtenu par résolution des équations de Saint Venant sur un fond connu. Ces trois modèles ont été appliqués à la migration à long terme de méandres libres. Les modèles à pente constante et à pente variable ont également été utilisés pour reproduire les méandres confinés de deux rivières canadiennes, la Beaver et la Red Deer.

Les résultats montrent un développement plus réaliste des méandres simulés avec le modèle à pente variable que de ceux simulés avec le modèle à pente constante. Cette amélioration est observable dans les méandres isolés (ralentissement de la vitesse d'extension) et dans les trains de méandres (confinement en ceintures de méandres). Le modèle à pente variable permet également une meilleure reproduction de la morphologie des méandres confinés. L'utilisation du modèle Saint Venant apporte les mêmes améliorations dans la simulation des méandres libres, quoique moins prononcées. Il permet surtout de construire une surface libre physique sur une grande variété de fonds, résolvant ainsi une limite identifiée dans le modèle à pente variable.

MOTS CLÉS : méandres ; modèle de migration ; pente variable ; Saint Venant ; réservoir

Free surface flow models for long term simulation of meandering systems migration

ABSTRACT : Over a long time, Meandering systems build sedimentary architectures composed of porous bodies scattered inside a volume of low-permeability sediments. These bodies may contain natural resources. In order to optimize their mining, it is essential to estimate the distribution and connectivity of such bodies. To this end, Mines ParisTech develops Flumy, a process-based model simulating the formation of these architectures. This thesis aims to improve the simulation of the migration in Flumy by taking into consideration the influence of the local slope.

For this purpose, three distinct models were considered in conjunction, and compared. The first one (constant slope model), which constitutes the basis of the current Flumy version, was originally developed by [Ikeda 1981]. The second model (variable slope model), developed by [Lopez 2003], assigns to the free surface the slope of the surrounding topography. Finally, the last model (Saint-Venant model) has been derived from the variable slope model. Initially calculated under a known free surface, the mean flow in each cross-section is now obtained by solving the Saint-Venant equations over a known river bed. Each of those three models has been applied to the simulation of free meanders. Moreover, the constant-slope and variable slope models have been used to reproduce the confined meanders of two Canadian streams.

The results point to a more realistic meanders development using the variable slope model than with the constant slope model. This improvement can particularly be observed in individual meanders, whose rate of extension decreases with the age. It is also noticeable in the overall river behavior, which self-confines in a meander belt. The specific morphology of the confined meanders is also better reproduced using the variable slope model than with the constant slope model. Lastly, though a lesser extent, the Saint-Venant model shows the same advantages than the variable slope model. In addition, it allows the construction of a physically meaningful free surface over a wide range of beds and, in doing so, resolves a limit of the variable slope model.

KEYWORDS : meanders ; migration model ; variable slope ; Saint Venant ; reservoir